

月の学習における関連事項 [IV]

中村 泰久 (理科教育)

学校での天文教育の対象天体の一つとなっている月について、学校で扱う際の参考に供すべく、一連の関連事項を整理的に、かつ、総ざら的に掲げてきている。最終回の今回は、潮汐作用をめぐる諸点、その他についてまとめる。

〔キーワード〕天文教育 月学習の関連事項 潮汐作用 月と生活

[はじめに]

親しみやすく感じる月は、少し掘り下げようとするとなかなかクセのある天体で、その取り扱いはいけっして簡単ではない。一方、現行学習指導要領においても新学習指導要領においても取りあげられている、学校における天文教育の主要な対象天体でもある。そこで、学校での授業等での参考になるように、月に関する一連の事項を整理的に、かつ総ざら的に掲げている。この[IV]では潮汐作用に関わる事項、その他について述べる。

9 月と地球との相互作用—潮汐作用をめぐる

すでに[I]で述べたことだが、月は地球に比して十分小さいとは言えないので、月と地球との相互作用の影響は地球にとって無視できない。自然科学的側面以外にも月はいくつもの影響を与えているが、ここで述べるのは相互作用の代表格「潮汐作用」についてである。この作用によりさまざまなことが生じているので、関連事項を総合的に学習する際の適当な題材を提供するものと思われる。

9.1 潮汐力と潮汐作用

潮汐作用とは、狭い意味では、潮汐力によって形状が歪むことをいう。

9.1.1 潮汐力とはなぜ両側が膨らむのか

地球上での潮の干満は月や太陽による引力のせいで海が“膨らんでいる”ためだということはよく知られている。が、それではなぜ1日にほぼ2回ずつ繰り返されるか、つまりなぜ両側に膨らんでいるのかとなると、子ども達の答えはかなりあやふやとなる。しばしばある答は、片方が月により、片方が太陽による、というものである。しかし、これはたちまち説明困難になる。いつも月と太陽が正反対の位置にあるのならと

もかく、すでに示したように、さまざまな位置関係となるからである。

起潮力で両側に膨らむというのは次のようにして説明できる。天体がお互いの引力によって相互作用をしている場合、かならず公転運動に伴う。通常は引力と公転運動による遠心力が釣り合っているので、差し引き力は感じない。しかし、釣り合っているというのは重心について言えることなので、その他の場所ではどちらかの力がわずかに残る(図18)。これが「潮汐力」となる。潮汐力とはしたがって、万有引力と遠心力との合力ということになる。

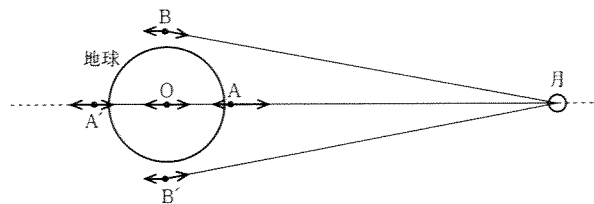


図18：月による潮汐力の原理。月の引力と公転運動による遠心力を描いてある。

万有引力と違って、潮汐力の大きさは天体間の距離の3乗に反比例する。天体の質量を M 、距離を r とすると、地球の重心ではその天体による万有引力と遠心力が釣り合っているので、単位質量に働く遠心力の大きさは GM/r^2 となる。したがって、地球の半径を r_e とすると、地球中心と天体を結ぶ直線上の表面(図18のA, A'点)で働く潮汐力、すなわち万有引力と遠心力の差し引きの力は、

$$\begin{aligned} \frac{GM}{(r \pm r_e)^2} - \frac{GM}{r^2} &= \frac{GM}{r^2} \left\{ \frac{r^2 - (r \pm r_e)^2}{(r \pm r_e)^2} \right\} \\ &= \mp \frac{2GM}{r^2} + \dots \end{aligned} \quad (40)$$

ここで、 $r_e \ll r$ を利用した。また、 \mp がつくのは起潮力の向きがAとA'では逆になるということを意味している。表面上の他の点でも、係数の2は別として、同じく距離 r の3乗に反比例する。

地球に対して潮汐力を働かせるのはもちろん月だけではなく、太陽や他の惑星などもその引力の影響を与えている。中でも月と太陽が代表格である。引力の強さで言えば圧倒的に太陽の方が大きい、潮汐力はむしろ月の方が大きい。その理由は、起潮力の大きさは質量と距離で決まるが、上述のように距離については3乗に反比例するからである。月と太陽とを比べると、太陽は月よりおよそ2700万倍質量が大きい、距離が平均して390倍遠い。したがって、 $2.7 \times 10^7 / 390^3 \approx 5:11$ であって、月の起潮力の方が2倍以上大きい。さらに言えば、このような相互引力に基づく潮汐力が働くのは地球-月関係のみではなく、公転し合っている天体の系一般について言えることである。

ところで、地球-月系の共通重心はどのあたりにあるかという、質量の比に反比例するから、 $384400 \times 1 / (1 + 81.3) = 4670$ ということより、地球の重心から4670kmのところとなる。言い換えると、地球の半径がおおよそ6370kmであるので、地球と月を結ぶ線分上の地下1700kmのあたりということになる。

9.1.2 潮の満ち干—潮流

海沿いに住んでいたり、海岸に長時間いた経験のある子ども達にはなじみがあることであるが、海の潮が満ち干を繰り返す。これは海岸に設置された検潮儀によって、海面の高さの変動として記録される。時間に対して記録された海面の高さは、通常1日に極大と極小が普通は2度ずつ繰り返されている。この時刻、すなわち満潮、干潮の時刻はテレビ・ラジオでも決まった時刻には伝えられるし、新聞にも載っている。

この高潮（満潮）と低潮（干潮あるいは引潮）の繰り返し、すなわち潮の干満（潮汐）は、もっぱら月や太陽の潮汐力のために引き起こされるので、原理的には規則的であって計算から求めることができ、潮汐表や潮位表などもつくられている。この潮位の変化は、しかし、かなり複雑で天体との関連も直ちにわかるようなものではない。満潮時の潮の高さが高めの時期は月が朔か望にあたる時期ではある。しかし、まさにその瞬間にぴったり高くなるのではなく、遅れることも多い。さらに、それによってどれほどの潮の満ち干が実現されるのかは、地形をはじめとするさまざまな要因があって、ひと筋縄ではいかない。現実にもその日に何cm潮が上がったり下がったりするかは気圧や風、海流、氷結具合等々によって決まるので予想は難しい。

月が朔か望の時、つまりは太陽と月が重なるか正反対の位置にある時、満干潮の差が大きい。これは、月と太陽がともに同じ向きに地球の海を移動させようとするからであり、これを大潮という。一方、上弦または下弦の位置近くではその差はもっとも小さい。これが小潮であるが、このときには月が移動させた分を太陽が幾分か戻すことになるからである。

朔と望の時期に満潮時の潮の高さは高くなるが、まさにその日というわけではなく遅れ気味になっている。低潮位との関連はもっと不明確だという。月と太陽の赤緯との関連も潮位のようにすにきいてくる。月の赤緯が0°に近いときは低潮位の差はあまりないが、赤緯が大きいとき（天の赤道から離れているとき）には差が大きい傾向がある。

なお、潮汐力は海の水に対してだけではなくて、固体である陸地や気体である大気に対してももちろん働いている。その結果、陸地も上下運動を繰り返す（最大で約30cm）、大気の方は気圧の増減として記録にかかる。

ついでに言えば、壇の浦の源平の合戦の勝敗のゆくえを始めとして、いくつかの歴史上の転換点での潮の具合の影響例が知られている。しかし、壇の浦の合戦については源氏方が潮流の変化を利用して平氏方に勝利したという俗説はおそらく正しくないという研究もある（たとえば柳 1999）。さらには、那須与一の扇の撃ち落としの際にも、風は強かったというが潮は比較的穏やかで舟はさほど揺れていなかったであろう、という推定もできるようである。

9.2 潮汐摩擦について

9.2.1 潮汐摩擦の原理

本来なら相手の天体方向に向くはずの潮汐力による膨らみは、現実には海水の粘性のために地球の公転運動に一部引きずられ、ある角度をもって膨らみがずれている。このことによって何が起こるのであろうか。たとえば月を考えると、月の引力は膨らみの両側には均等ではなく、不均等に働くことになる。すなわち、月に近い部分の膨らみに働く引力の方が遠い部分の膨らみに働く引力よりもわずかに強い。これを、地球-月の重心方向とこれに垂直な方向に分けて考えたとき、その垂直成分の大きさ（向きは反対）が若干違うことになる（図19）。つまり、地球の自転の向きと反対の成分の方がやや大きいことになる。

この結果生じるのが潮汐摩擦である。つまり、この力の差は地球の自転運動を妨げる（遅くする）力となって働くことになる。つまり、膨らみがずれているため、地球の自転にはごくわずかであるがブレーキがかかっているわけである。

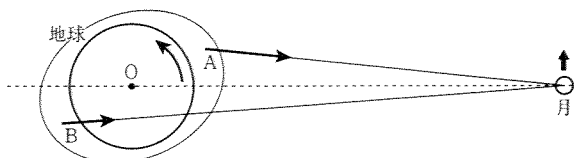


図19：潮汐力による歪みと月の位置関係。これは公転面を見た模式図である。

引力は相互的なので、逆に見ると、地球の潮汐力による膨らみがずれているために、月に対しては月の公

転運動をスピードアップする向きに力が働くことになる。ごくわずかであるが、この力が働き続けるために月の公転速度は増す、つまり遠心力が増すので月の軌道はしだいに大きくなる。言い換えると月はゆっくりと遠ざかっていることになる。これらのことを力学的に言い換えると、地球-月の公転系の角運動量はほぼ保存するので、自転の遅くなった分の角運動量はゆっくりと公転運動に移される。

それらの割合はどうかというと、自転速度の低下、すなわち1日の時間の伸びはわずかで、2000年で約0.02秒と言われる。月の軌道半径の増加割合は1年間に約3cmである。

ここで注意しておく、かりに1日あたりの長さの伸びが上記のようにきわめてゆっくりであっても、時刻の方は積み重なりで現れるので、思いがけずずれていくということになる。1日の伸び自体はほとんどわからないが、積み重なりである時刻は大きな差となり、2000年で2時間以上もの遅れとなる。(これは考えさせる問題としておもしろい。)それはちょうど、わずかしか遅れないと思って油断して合わせないでおいた時計が気づくと意外と大きな遅れとなっているということと同じである。

9.2.2 永年の効果について

潮汐摩擦の結果として、地球の自転速度がゆっくりとなり、上述のように恒星日が10万年に1秒伸びる。すると、36億年では10時間で、1日=34時間となる勘定になる。同時に月-地球間の距離が大きくなり、いずれ(約40億年後)は月の公転周期約40日、距離約50万kmで釣り合うことになる。しかしこれは、地球と月だけの関係で考えているため、それほど遠ざかった月には太陽の潮汐力も相対的に強く働くので、そう安定してはいられない。

逆に昔にたどると、1日はもっと短く、月はもっと近くで見かけ上大きかったことになる。前に述べたが、現在は太陽と月の見かけの大きさがほぼ同じで、したがって、わずかな距離の差等で日食時には皆既食や金環食が起こるが、上のことから考えると、昔の日食はほとんど皆既食で、ずっと未来には逆に金環食がもっぱらということになる。

さて、上記のような見積もりは、もし潮汐摩擦がずっと長い年月にわたって働いていればという前提のもとでの話である。ところが実際に、上述の潮汐摩擦はきわめて長い年月にわたって働いてきたという証拠がいくつかあるのである。有名なものとして、古代の日食観測の記録、およびサンゴの化石が挙げられる。

日食の記録はコンピュータでさかのぼって調べることができ、過去のいついつの時期に起こったはずであるということはわかる。調べてみるとそのような記録が実際に見つかる。ただし、違っている点がある。そ

れは日食の記録の残っている地方が、いまの自転のままできかのぼったときに太陽の影が落ちる地方とはずれていることである。過去には地球の自転がいくらか速かったはずだというペースで戻してやると、記録の残っている地域と合うとのことである。

一方、サンゴの化石であるが、暖かい地方の浅い海で生育するサンゴは成長がとても速く、温度の高い日中の方が夜間より成長が速い。すると木の幹に見られる年輪が生じる理由と同じで、成長速度の差が日輪という形で残るそうである。すると、1年の冬と夏の時期による差の年輪も見られるので、ある年輪と隣の年輪の間にはさまれている日輪の数を調べれば1年の日数がわかることになる。これを見てみると、過去には1年は365日以上であったことがわかり、その化石の年代から見積もると、ほぼ上記のペースで自転が遅くなり、今の365日余となったという割合とうまく一致することがわかっている。

9.3 日月歳差について

相互作用の一つとして、月などによる引力の不等が地球に及ぼす他の効果もある。それがここで述べる歳差 (precession) である。月と太陽による引力で、地球の赤道面は公転面 (黄道面) と一致させるような作用を受けている。しかし、地球が自転しているの、その角運動量を保存しようとする働きのためにそうはならない。これは、回らないコマはすぐに倒れるのに、回っていれば倒れないこと、あるいは動いている自転車は倒れにくいのに、止めたままで倒れないように自転車をささえるのは難しい、などのことと原理的には同じである。実際には、自転軸が交点面に垂直な向きと一定の角度をなしながら回転する現象として現れる (補遺2参照)。すなわち地球の自転軸がごますり運動のように回転する現象であって、これは古代ギリシアのヒッパルコスなどによって2000年以上も前にすでに知られていた。その周期はおよそ2万5800年である。

この太陽と月によるもの影響を日月 (じつげつ) 歳差と呼ぶ。日月歳差のために地球の赤道面が、したがって天の赤道が移動する。一方、他の惑星による作用もあるが、これは惑星歳差と呼ばれ、地球の公転面 (つまり黄道面) をゆっくりと回転させることになる。両者を合わせたものを一般歳差という。この一般歳差のために地球の公転面で定義される黄道と地球の赤道面で定義される天の赤道との交点である (春分点) が天球上を1年につき約50"ずつ西方に移動していくことになる。

春分点というのは天球座標の大事な基準点となっているので、たとえば天体の位置を表す赤道座標の値はゆっくりと変わっていつてしまう。この歳差の影響を補正する計算手順を補遺3に掲げた。

この地球の自転軸の回転は、地上の観察者からいう

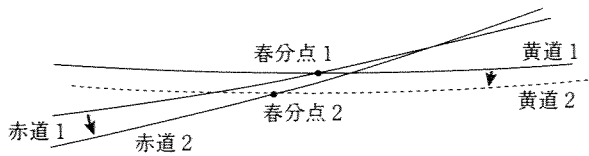


図20：歳差による春分点の移動。天の赤道と黄道が移動する(1→2)ために起こる。

と、自転軸上に位置する恒星、すなわち恒星の日周運動によってもほとんど動かない恒星が、時代によって変わっていくということである。今はかなり明るい恒星、北極星(こぐま座 α 星)がほぼ真北にあり、方位を知るのにたいへん便利であるが。過去や未来にはそうではない。補遺3を使ってパソコンなどで計算してみるとよいが、地球から見て北極星は、今後しばらくさらに天の北極に近づく。おおよそ西暦2040年頃に最も近づき(0.5"以内)、それからゆっくりと離れていく。そして、今から1万3300年後にはもっと明るい恒星、こと座 α 星(すなわちベガ=織女星)に近づく。

10 その他の話題—月の位相と人間生活

月の影響が思いのほか地球上の生命に影響を与えている(与えてきた)かもしれないというのは、けっしてばかげた考えとは言えない。原始の海の、しかも深いところで感じられる力、すくなくとも規則的な力としてはかすかな潮汐力以外はありえなかったかもしれない。もっぱらそのような力を感じつつ進化してきた地球上の生命体にその痕跡があるかもしれないと想定し、それについてまじめに調べることは科学的な態度であると言えよう。しかし、まだ確定的な研究結果は出ていないと思われるので、ここでは直接には触れないこととする。

10.1 月 と 暦

現行の暦は世界中ほぼどこでも太陽暦であるが、歴史的には月の満ち欠けの繰返しに基づく太陰暦や、それと太陽の巡り(地球の公転運動)との調整版である太陰太陽暦がよく使われてきた。これは日本でも例外ではない。日本で使われてきた太陰太陽暦は9種あって、そのうち宣明暦というのが圧倒的に長く(823年間も)使われたそうである。

いわゆる「旧暦」というのは、現行の太陽暦である新暦(グレゴリオ暦)以前に使われていた太陰太陽暦の一つである天保暦のことであって、これは明治5(1872)年12月2日まで使われていた(すなわち、旧暦の12月3日が新暦の明治6年1月1日となった)。大安、仏滅などの六曜はこれに基づいており、その意味では、前々世紀の暦が今でも冠婚葬祭等の面で現代人の日常生活に影響を及ぼしていることになる。

月の朔望の周期(約29.5306日)を1ヵ月とし、12ヵ月で1年とするのが月に基づく暦の基本である。つま

り30日の月と29日の月を組み合わせるのである。月の満ち欠けに基づくひと月(太陰月)の始めの日は、月と太陽の視黄経が一致したとき、つまり朔と呼ばれる瞬間を含む日、すなわち、朔日である。これがついたちと呼ばれるようになったのは、この日に新たな月が立つ、つまり“つきたち”から“ついたち”となったからである。また、太陰月の終わりの日は、月がこもる日、つまり、“つごもる”から“つごもり”となった。なお、みそかとは三十日のことであるが、二十九日のこともあるので、より適切にはつごもりのほうが良い。朔から朔までの真ん中が望であり、通常は15日目の夜である。したがって十五夜の月は満月の代名詞となっているが、この日がいつも必ず満月とは限らないことはすでに述べた通りである。

さて、12太陰月は $29.5306日 \times 12 = 354.3672日$ で365.2422日よりやや短く、太陽をまわる地球の公転とのずれが出てくる。それにかまわず押し通すのが太陰暦であり、ときどき太陽運動とのずれが大きくなりすぎないように補正を入れるのが太陰太陽暦である。天保歴では、ずれがたまる(月に基づく暦が短いので先に進みすぎる)と、ある時に余分な一月を入れるのである。それを閏月というが、約33ヵ月に一度(およそ20年間に7度)くらいの頻度となる。この閏月を1年のどのあたりに入れるのかというと、中気を含まない月(の後)に入れるというのが規則となっている。中気とは二十四節気にある節と中の“中”である。二十四節気は太陽の視黄経がある値をとる瞬間を言い、15°ごとに定義されている。節気と中期は交互に現れ、中期は雨水、春分、穀雨、小満、夏至、大暑、処暑、秋分、霜降、小雪、冬至、大寒をいう。

さて、1太陰月は上述のように約29.5306日である。一方、太陽が中期の位置から次の中期の位置へ30°移動するには平均して約 $365.2422日 / 12 = 30.4369日$ かかる。この両者の差は小さいので、普段は毎(太陰)月ごとに中期がある。しかし、このずれが蓄積してゆくと、たまに中気の入らない月が出てくる勘定になる。ずれを調節するための閏月は、その中気が入らない月があればその後ろに置くのである(これが太陰太陽暦)。かりにある年の3月に中期が入らなかったとすれば、そのすぐ次を4月とせず閏3月を置く。この年はしたがって1年が13ヵ月となる。

10.2 中秋の名月のずれ

中秋とは旧暦の8月のことであって、中秋の名月とは旧暦の8月15日(の月)である。そして上述のように、旧暦では15日は月の半ばであって満月であることが期待される。ところが、2000年の中秋の名月は9月12日、ところが、実際の満月は14日であった。どうしてずれるのであろうか。このようなことはクセ者の月のことなので珍しくはないが、わずらわしく、わかり

にくい。

ずれてしまうのは両者の定義が別だからである。満月（望）とは月が太陽と正反対に来たとき（つまり太陽視黄経と月の視黄経とが 180° と違ったとき）である。朔望月の周期が29.5306日であるので、新月（朔）から数えて15日目の晩が満月となるのが一般には期待されるが、半端のためといった朔の瞬間がその日の最初近くにあるのか、最後の近くにあるのかによってそうはならないことがある。さらには、繰り返し述べてきた月の動きの非一様性によってずれが生じるためである。

なお、前節で述べたような理由でたまたま旧暦の8月が閏月を置かれる月となることがある。つまり、8月、月が閏月を置かれる月となることがある。つまり、8月、閏8月と続くのである。この場合「旧暦の8月」というのが2回現れる（たとえば1995年）。

補遺2 歳差の原理

月や太陽による日月歳差の影響によって地球の自転

軸がゆっくりと回転する現象は、よくコマの首振り運動と対比されて説明される。すなわち、回転する勢いの衰えてきたコマの心棒は、ゆっくりと回り出すという現象である。この場合、似ている点と違っている点とを押さえておく必要がある。すなわち、違っているのは、よく注意すればわかることだが、コマの回転の向きと軸の回る向きの関係と地球の自転の向きと自転軸が回る向きとの関係は逆になっている。これは働く力、すなわちコマの場合は地球の重力 F と床面などからの抗力 N による偶力、自転軸の場合は太陽と月の引力が膨らみ（A、B点）に働くことによる偶力の向きが逆になっているためである（図21）。

補遺3 歳差補正の計算式

歳差運動のために春分点が移動するのは、じつは天球座標の原点が動いてしまうということである。ある天体の座標は通常、赤道座標で表されるが、その天体が動いていないとしても、基準点がゆっくりとではあるが移動するので、その基準点から測った座標値（赤

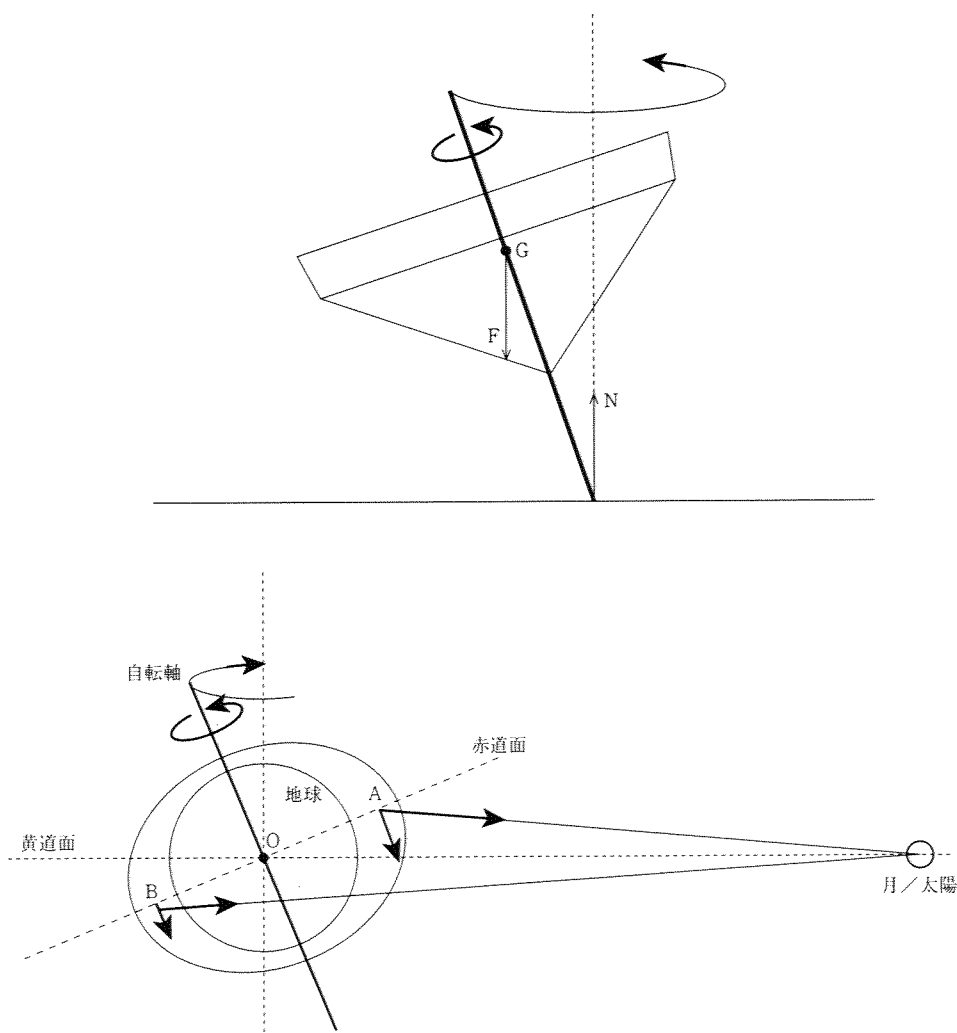


図21：歳差の原理。コマの首振り運動と原理が同じだが、軸の回転の向きが反対になる。

経, 赤緯) は変化する。したがって, ある天体の位置とは, いったいつの時点の基準点 (春分点) を基にして測った値であるかが重要になる。普通はきりのよい時点, たとえば1950年初あるいは2000年初などでの値を星表に示し, それ以外の時点での赤経, 赤緯の値は自分で補正してください, となっている。

その補正の仕方はもちろんきちんと説明がつくのであるが, ここでは補正式のみを掲げる。ある年の赤経 α , 赤緯 δ は, 基準年のそれらを下付の 0 で表すと, 次のように求めることができる。

ある基準時点でのユリウス通日を JD_0 , 求めたい時点のそれを JD とすると (この求め方は [I] の(1)式にある), まずそれぞれのユリウス世紀数を計算する。

$$T = \frac{JD_0 - 2451545.0}{36524} \quad (41)$$

$$t = \frac{JD - JD_0}{36524}$$

これをもとに次の諸量を計算する。

$$\begin{aligned} \zeta &= (2306.2181 + 1.39656T - 0.000139T^2)t \\ &+ (0.30188 - 0.000344T)t^2 + 0.017998t^3 \\ z &= (2306.2181 + 1.39656T - 0.000139T^2)t \\ &+ (1.09468 + 0.000066T)t^2 + 0.018203t^3 \\ \theta &= (2004.3109 + 0.85330T - 0.000217T^2)t \\ &+ (0.42665 + 0.000217T)t^2 - 0.041833t^3 \end{aligned} \quad (42)$$

座標の基準点が2000.0に取ってあれば $T=0$ なので, 上式はずいぶん簡単になる。

次に基準点の座標値 α_0, δ_0 を使って次の量を計算する。

$$\begin{aligned} A &= \cos \delta_0 \sin(\alpha_0 + \zeta) \\ B &= \cos \theta \cos \delta_0 \cos(\alpha_0 + \zeta) - \sin \theta \sin \delta_0 \\ C &= \sin \theta \cos \delta_0 \cos(\alpha_0 + \zeta) + \cos \theta \sin \delta_0 \end{aligned} \quad (43)$$

すると, 求めたい (α, δ) の値は

$$\begin{aligned} \tan(\alpha - z) &= A/B \\ \sin \delta &= C \end{aligned} \quad (44)$$

から計算できる。ただしここで, $\alpha - z$ の値を求める際は, 前と同じく正しい象限のものを選ばなければならない。また, もし天体が天の北極に近い場合は, 最後の式 $\sin \delta = C$ の代わりに

$$\cos \delta = \sqrt{A^2 + B^2} \quad (45)$$

を使う。

以上の手順にしたがってプログラミングすれば, 必要とする時点での天体の (α, δ) の値が求められる。なおこれは, Excel や Mathematica のよく使われるソフトウェアなどでも計算可能である。

参考文献

- 青木信仰:「時と暦」UP 選書226 東京大学出版会 1982年
- 池内 了・木下 宙・新美幸夫・西村史朗編:「曇った日の天文学—天文情報相談室」丸善 1988年
- 伊藤久雄・買手屋仁・下野 洋・松尾康弘・長谷川敏編:「話題源 地学」東京法令出版 1987年
- 大金洋次郎:「星の位置と運動」新版地学教育講座11 東海大学出版会 1994年
- 尾形 齊:「教師のための天文学(改訂版)」恒星社 1982年
- 岡村定矩:「暦と天文学—暦の科学的基礎」[東京大学公開講座くこよみ] 東京大学出版会編 1999年, 107-146ページ
- 小尾信彌・吉岡一男:「新版 太陽系の科学」放送大学教育振興会 1999年
- 川原秀城:「中国の暦法—天の科学と天の哲学」[東京大学公開講座くこよみ] 東京大学出版会編 1999年, 27-54ページ
- 国立天文台編:「理科年表2000年版」丸善 1999年
- 古在由秀編:「現代天文学講座2 月と小惑星」恒星社 1979年
- 古在由秀:「天文学と時間—一秒の定義の変遷」[東京大学公開講座く時間] 東京大学出版会編 1980年, 257-284ページ
- スタジオ・ニッポニカ編:「百分の一科事典『月』」小学館文庫 1998年
- 関口直甫:「星の位置と運動」新地学教育講座11 東海大学出版会 1977年
- 竹内 均編:「月の不可思議学」同文書院 2000年
- 中村泰久:福島大学教育実践研究紀要 第36号, 53-60, ; 第37号, 63-70, 1999年; 第38号, 38-45, 2000年
- 柳 哲雄:「潮の満干と暮らしの歴史」創風社出版 1999年
- 歴計算研究会編:「新こよみ便利帳—天文現象・歴計算のすべて—」恒星社恒星閣 1991年
- Green, R. M.: "Spherical Astronomy" (Cambridge Univ. Press, Cambridge), 1985
- Meeus, J.: "Astronomical Algorithms" (Willmann-Bell, Richmond), 1991

(2001年3月30日受理)