月の学習における関連事項［I］

中　村　泰　久（理科教育）

月は見慣れた一見親しみやすい天体であり，まず手始め的な天体として学校での学習は小学校5年から始まるが，その実，理解や扱いがきわめて困難な天体でもある。月の学習・取り扱いの困難さは，動きが複雑で平均的なものからのずれがきわめて大きいこと，見かけの形の変化があることなどからくる。にもかかわらず，月の学習は現行学習指導要領においても，また天体関連の単元がかなり減らされている新学習指導要領においても，依然として小学校で扱うべく取りあげられている。そこでここでは月の学習と面と向かい合うために，月を扱う際の参考に供すべく一連の関連事項を整理的に，かつ総ざらい的に掲げることとしたい。今回はまず，小・中学校での扱いの変遷について述べた後，その月の運行の扱いの精度に注意しながらの取り込み方について述べる。
〔キーワード〕天文教育　月学習の関連事項　月の扱い　月の運行の取り込み

1　はじめに

月はその明るさや見かけの形の変化のために誰にでも親しまれている天体である。単に自然科学の対象としてだけではなく，人類の生活全般に大きな影響を与えてきている存在でもある。やや大げさに言えば，それは恐らく人類誕生以来であろう。同時に今のわれわれの知識では，月は地球から最も近い天体であり，人類が今までに到達した唯一の天体でもある。

そのような月の学習は，現在の小・中学校における天文教育では小学校5年での「太陽と月」，中学1年の「身近な天体」，「惑星と太陽系」という単元で行われる。これらの学習には太陽・月・星空の観察が含まれる。月は，ちょっと目には見慣れた親しみやすい天体であり，一見分かりきった天体のようにも思えるが，実際には扱いがきわめて困難な天体でもある。月の扱い・理解の困難さは，ここでその一端を述べるように，その運行が複雑で平均的なものからからのずれがきわめて大きいこと，自らは光らず太陽からの放射を受けて光り，それをさらに地球から見ているという面倒な関係にあることなどからくる。

たとえば，月の満ち欠けの周期は“月と太陽の会合周期”であり，「朔望月」として知られるが，これはいつも一定しているわけではない。また，月の公転周期も何を基準としてひと回りを決めるかで違っており，以下のようなさまざまな「ひと月」が存在する。しかも示されているのは平均値であって，それらの実際の値は時期によって違ってくる。

- 朔望月（synodic month）：27.530589日
  新月（new moon）から新月まで
- 近点月（anomalistic month）：27.554550日
  近地点（perigee）から近地点まで
- 恒星月（sidereal month）：27.321662日
  ある恒星に対してひと回り
- 分点月（tropical month）：27.321582日
  春分点（vernal equinox）から春分点まで
- 交点月（nodical/draconic month）：27.212221日
  交点（node）から交点まで

このように，いとも簡単そうに取りあげられている月であるが，やや専門的にみるとそうたやすくは関わりたくない天体でもある。

そういった実際上のたいへんさにもかかわらず，月の学習は現行学習指導要領においても，1998年12月に告示された新学習指導要領においても取りあげられており，その意味では本来は困難であっても面と向かい合うべき対象である。むしろ月は親しみやすい天体と認識されているようであり，これはある意味ではありがたい誤解というべきであろう。そこで総ざらい的に関連する項目を集めて学習指導等の参考に供することとした。どのような項目を扱うかを順不同で列挙する：月とは(総説)/日食・月食に関して/月そのものの形状，大きさ/月の表面と内部構造/月面の物理状態/月の成因と進化/月齢と朔望に関して/月の動きと見え方/昼間に見える月/月の沈み方，三日月の傾き/ひょう動など/衛星としての月/月の軌道など/月の調査・探検/潮汐について等々。ただし，提示の順序には特別に配慮はしない。今回は，同時に発表する月の運行ソフト（近藤他　1999）の関係で，月の運行の取り込み方について詳述する。

2　学校理科における月学習の扱い

まず学校理科での月の扱いについて，どのような変

遷があったかを資料的にまとめてみよう。ここでは戦後の学習指導要領での月に関してふれてある部分をまとめてみた。

2．1　学習指導要領での扱われ方の変遷

2．1．1　学習指導要領・理科編（試案）1947（s22）年〔小・中学校用〕

（第1学年）
三　物理的環境
㈣　月―1　月は東から出て西に入る。/2　月は光を与えてくれる。/3　ある時には，月は見えなくなる。/4　ある時には，月が昼間見える。/5　月は一箇月のうちには形がかわる。
（第2学年）
三　物理的環境
㈡　月―月は一箇月のうちには形がかわる。
（第3学年）
三　物理的環境
㈡　天体―3　月は太陽の光を反射している。/4　月は地球より小さい。/5　月は地球や太陽のように見える。

2．1．2　高等学校地学科の学習指導要領（試案）1948（s23）年

2．理解の目標
1　あらゆる天体は天球上を運動すると考えることができる。
12　海洋の水は，地球と月や太陽との相対的な運動による力によって動かされる。
3．教材一覧
4　太陽・月・惑星
15　海流と潮せき

2．1．3　小学校学習指導要領・理科編（試案）1952（s27）年改訂版

第1章　理科の目標
Ⅵ．理科教育における理解と能力と態度
1．理解の目標
Ⅰ．宇宙は広大であって，そこには一定の秩序が保たれている。
1．太陽・地球・月は，一定の秩序に従って動く。
第3章　学習内容の組織化
Ⅰ．学年の指導目標
（幼稚園）
太陽・月・星・雲に興味をもち，それらの美しさを楽しむ。
（第1学年）
1．太陽や月や星に興味をもち，童話的な見方からしだいに離れ，簡単な事実に気がつく。
（第2学年）
1．太陽や月や星に興味をもち，認める事実の範囲が広がる。
（第3学年）
1．太陽や月や星に興味をもち，童話的な説明と事実との区別がつく。
（第4学年）
1．太陽・月・地球・星の実体や，その動き方の初歩的な理解が得られる。
（第5学年）
1ａ．太陽・月・地球・星の運動について理解する。

2．1．4　中学校・高等学校学習指導要領・理科編（試案）1951（s26）年改訂版

中学校理科（第1学年）
単元Ⅵ　天体はわれわれの生活とどのようなつながりをもっているか
1．地球の近くにどんな天体があるか
高等学校地学
単元Ⅱ　太陽や月や星の位置はどのようになっているか
1．太陽系はどんな天体で構成されているか
4．月や惑星の運動は，どのような法則に支配されているか

2．1．5　高等学校・学習指導要領・理科編　1955（s30）年改訂版

第5章　理科　地学
2．内容
⑴　5単位の内容
天体
太陽系⑴―太陽・惑星・月の概説，惑星・月などの運動，太陽系の天体の距離と質量の求め方，月食と日食/天球―天体の見かけの運動
⑴　3単位の内容
天体
太陽系⑴―太陽系の天体，惑星・月の運動，月食と日食/天球―天体の見かけの運動

2．1．6　小学校学習指導要領　1958（s33）年

第2　各学年の目標および内容
（第2学年）
2　内容
⑵　天気の変化，雨水のゆくえ，太陽の動きや月の形など自然の変化についての興味を広げるようにする。
エ　月のいろいろな形に関心をもつ。
㋐　ときどき月を観察したり，その形を絵にかいたりして，月は三日月・半月・満月などいろいろな形に見えることに気づく。
3　指導上の留意事項

(4) 内容(2)のエ〔月の形〕は，天体を夜間観察する最初であるから，特に家庭における学習のしかたについて懇切に指導し，児童の負担が過重にならないよう注意しなければならない。三日月の観察から始め，満月まで2，3回月の形を観察することが適当であろう。
(第3学年)
2 内容
(2) 季節ごとの天気の特徴に注意したり，土や川原の石を観察したり，月の形や位置の変化を観察したりして，自然現象に興味をもち，簡単な事実に気づくようにする。
エ 月を観察し，その形の変化や動きを知る。
(ア) 月を写生して，月の表面には明るいところと，うす暗いところとあることに気づく。
(イ) 毎日，同じ時刻に月を観察して，月の位置や形は，少しずつ変っていくことに気づく。
(ウ) 月はいつも同じ形には見えないが，一つのまるいものであることを知る。
(エ) 三日月・半月・満月などの動きを観察して，月も東から西へ動いていることを知る。
(第5学年)
2 内容
(4) 太陽・地球・月の大きさや表面の様子などを知らせるとともに，太陽・月・星の動く様子をもとにして，地球が自転していることや，昼夜のできるわけを理解させる。
ア 地球の自転と昼夜のでき方を理解する。
(ア) 太陽・月の表面を比較理解して，太陽・月の光り方，表面の様子などに違いのあることを知る。
(イ) 月に太陽の光を反射して光っていることを知る。
(ウ) 太陽は月とほぼ同じ大きさに見えるが，月よりも大きくて，遠くにあることを知る。
(エ) 北の空の星は，北極星のまわりの回っているように見えることや，そのほかの星も時間がたつにつれて，位置が変っていくことを観察して，星も太陽や月と同じように1日たつとだいたいもとの位置に見えることを知る。
(オ) 太陽・月・星の1日の見かけの運行の事実から，地球は回転していることを知る。

2.1.7 中学校学習指導要領 1958 (s33) 年

第2 各学年の目標および内容
(第3学年)
2 内容
B 第2分野
(3) 地球の表面と内部構造，地球と月の運動および太陽系と恒星について指導する。
イ 月
(ア) 月とその運動―a 月面の様子を観測する。/b 月の満ち欠けの様子と月の出入り時刻との関係を理解し，月の自転と公転を知る。/c 月の満ち欠けと潮の干満とは関係があることを知る。
(イ) 日食と月食―日食や月食の起こるわけを理解する。
3 指導上の留意点
(3) B(1)，B(2)，B(3)などについても，できるだけ観察，実験，観測などの指導を行い，これらの概念や法則がつくられた筋道がよく理解されるように指導する。(後略)

2.1.8 小学校学習指導要領 1968 (s43) 年改訂版

第2 各学年の目標および内容
(第3学年)
C 地球と宇宙
(1) 月の形や動きは，太陽に似ていることを理解させる。―ア 月は，太陽と同じように東から出て南の空を通り，西に入ること。/イ 月は，同じ時刻でも，日が変わると，見える位置や形が変わること。
(第6学年)
C 地球と宇宙
(1) 地球の形や動きを理解させる。―ア 月は太陽の光を受けて輝いている球体であり，輝いている部分の地球からの見え方によって，月の形が変わって見えること。

2.1.9 中学校学習指導要領 1969 (s44) 年改訂版

第2 各分野の目標および内容
〔第2分野〕
2 内容
(3) 地球と取り巻く宇宙
地球の運動や，太陽放射の地球に及ぼす影響について理解させ，地球を取り巻く宇宙について認識させる。
ア 地球，月及び太陽の形状と距離―(ア) 地球，月及び太陽は，いずれもほぼ球形であるが，その表面の様子には，それぞれ特徴があること。/(ウ) 月と太陽の視半径がおよそ等しいことは，地球から両者までの距離と半径との比が関係すること。

2.1.10 小学校学習指導要領 1977 (s52) 年改訂版

第2 各学年の目標と内容
(第4学年)
C 地球と宇宙
(1) 太陽や月の見え方及び位置の変化を調べ，1日の動きが似ていることを理解させる。
ア 太陽及び月は丸い形をしているが，月は，日によって形が変わって見えること。/イ 太陽及び月は，絶えず動いていて，東の方から出て，南の空を通り，西の方に入ること。

2.1.11　中学校学習指導要領　1978 (s53) 年改訂版

第2　各分野の目標及び内容
〔第2分野〕
2　内容
(2)　地球と宇宙
　天体の観察を通して地球の運動について推論し，太陽系の構成を理解させ，恒星や地球を取り巻く宇宙について認識させる。
　イ　太陽系の構成
　(ア)　地球，月及び太陽は，いずれもほぼ球形であるが，その表面の様子にはそれぞれの特徴があり，太陽は，高温であり，多量の光を放出していること。

2.1.12　小学校学習指導要領　1998 (h10) 年改訂版

第2　各学年の目標及び内容
〔第4学年〕
1　目標
(3)　月や星の位置の変化，空気中の水の変化の様子を時間や水の性質と関係付けながら調べ，見いだした問題を興味・関心をもって追究する活動を通して，月や星の動き，水の変化についての見方や考え方を養う。
2　内容
　C　地球と宇宙
(1)　月や星を観察し，月の位置と星の明るさや色及び位置を調べ，月や星の特徴や動きについての考えをもつようにする。
　ア　月は絶えず動いていること。
3　内容の取扱い
(4)　内容の「C　地球と宇宙」の(1)については，次のとおり取り扱うものとする。
　ア　月の動きについては，三日月や満月などの中から二つの月の形を扱うこと。

2.1.13　高等学校学習指導要領　1999 (h11) 年改訂版

第10　地学Ⅰ
2．内容
(1)　地球の構成
　惑星としての地球の特徴及び地球表層や内部に見られる地学的事象を観察，実験などを通して探究し，地球表層や内部を相互に関連させ，地球の歴史の経過の中でとらえることができるようにする。
　ア　地球の概観
　(ア)　太陽系の中の地球
3　内容の取扱い
(2)　内容の範囲や程度については，次の事項に配慮するものとする。
　ア　内容の(1)のアについては，重力及び地磁気についての詳細な扱いはしないこと。(ア) については，地球の誕生及び地球，惑星，月の表面の様子や大きさなどの特徴を扱うこと。

2.2　扱い方の特徴

以上をざっとまとめてみると，月はもっぱら小学校で扱われていること，太陽との相互関係が重要視されていること，中学校段階では太陽系の一員，あるいは地球とは違う他の天体，地球に影響を及ぼす天体という認識が強く出てきていることなどにすぐ気づくであろう。また，早い時代ほど低学年で取り扱う傾向がみえる。これはかつては実体験が豊富で，月に関しても十分に児童が個人個人で観察できていたであろうことの現れでもあろうか。子どもたちの持つゆとりの面でも，あるいは街の明かりの面でも，あるいはそもそもの関心が自然にどの程度向いているかという面でも，今の子どもたちとの違いが感じられる。

もっとも注目したいのは，かつての小学校などで，「宇宙は広大であって，そこには一定の秩序が保たれている」などの「理解の目標」が掲げられていることである。むろん目標なので，実際にどれだけ達せられていたのかということ抜きにはきちんとした評価はできないが，格調高く目標が掲げられているものだというわば一種の感動すら覚える。理科離れなどが声高に叫ばれている昨今では，たとえ目標としてでもとても口にできにくい状況であろう。理科教育の“じり貧”を感じるのは見当違いであろうか。

3　月の位置計算と表示手順

まず始めに，月の位置計算・表示の原理・手順について紹介する。以下の手続きをふめば自前で計算ができる。最近のパソコンであれば十分に高速で計算・表示できよう（近藤他　1999)。

3.1　月の位置等の計算原理

月の取り込みは他天体に比べて著しく面倒であり，かつ，見かけの形をきちんと正しくとらえなければならないということが大事な点である。月の運行に関してはきちんとした精度で扱うためには数百ないし千に及ぶ周期項が必要である。しかし，ほどほどの精度でよしとするならば，通常での扱いも不可能ではない。ここでは学校等での学習上では十分な精度で取りあげるものとする。その精度は角度での1分角，地球一月間の距離で言えば100kmの精度である。

行うべきことは次のことである。

(1)　ある時刻の月（の中心）の見かけの位置を計算する。普通は地心（geocentric）位置であるが，必要があれば観察者から見た測心（topocentric）位置に直さなければならない。
(2)　太陽との位置関係に注意して，照らされている部分を求める。
(3)　照射部分の傾きを計算して円や楕円を描く。

3．2　月の位置等の計算原理

見かけの位置の計算のためにここでふむべきステップは次のとおりである。以下は主として Meeus (1992) に基づく定式化である。

1）観察時刻 t（世界時）のユリウス日 JD を計算する。下式(1)により Δt を計算し，$t+\Delta t$ に対応するユリウス日 JDE に直す。以降の計算に使うため T（ユリウス世紀単位）を(2)式によって求める。

$$\Delta t = -15+(JD-2382148)^2/41048480 \tag{1}$$
$$T = (JDE-2451545)/36525 \tag{2}$$

2）月の地心黄経 λ_0，黄緯 β_0，距離 Δ を計算する（補遺(a)参照)。

3）章動（nutation）の影響を補正する。

地球の自転軸は平均の軸のまわりを周期的に変動している。これが章動である。

［ただし，いまの精度ではカットしてよい。］

4）黄経，黄緯を赤道座標系に直す。

$$\begin{aligned} \cos\delta\sin\alpha &= -\sin\varepsilon\sin\beta_0+\cos\varepsilon\cos\beta_0\sin\lambda_0, \\ \cos\delta\cos\alpha &= \cos\beta_0\cos\lambda_0, \\ \sin\delta &= \cos\varepsilon\sin\beta_0+\sin\varepsilon\cos\beta_0\sin\lambda_0 \end{aligned} \tag{3}$$

ここで，ε は黄道傾斜角であり，T を使って

$$\varepsilon = 23^\circ.439-0^\circ.013T \tag{4}$$

と表される。

5）地方赤道座標系に直す。

観測地，観測日時の情報を用いて地方恒星時 Θ を求め，地方赤道座標に変換する：時角 $H=\Theta-\alpha$。

6）視差の補正：地心位置から測心位置に直す（月ならでは：補遺(b)参照)。

月は近いので地心すなわち地球中心から見た位置と観測者のいる地点から見た位置とでは違いがでる（すなわち視差 parallax が生じる)。図1のような状況になっている。

7）地平座標に直す。

視差の補正を施した地方赤道座標の値 H'，α' を地平座標に直す。ϕ' は測心緯度である。

$$\begin{aligned} \sin h &= \cos H'\cos\delta'\cos\phi'+\sin\delta'\sin\phi', \\ \cos h\sin A &= \cos\delta'\sin H', \\ \cos h\cos A &= \cos H'\cos\delta'\sin\phi'-\sin\delta'\cos\phi' \end{aligned} \tag{5}$$

8）パソコン画面上の位置を求める。

ここでは“正距方位図法”に基づき，方位角 A_0，高度た h_0 の点Qを中心とする見かけの平面に天球面を投影した時の天体の位置を求める。投影の中心としては，地平線上の南点 $(A_0=0^\circ)$，北点 $(A_0=180^\circ)$，東点 $(A_0=270^\circ)$，西点 $(A_0=90^\circ)$，および天頂 $(h_0=90^\circ)$ の5点から選択する。

$$\begin{aligned} \cos r &= \sin h\sin h_0 \\ &\quad +\cos h\cos h_0\cos(A-A_0), \\ \sin r\cos\theta &= \cos h\sin(A-A_0), \end{aligned} \tag{6}$$
$$\begin{aligned} \sin r\sin\theta &= \sin h\cos h_0 \\ &\quad -\cos h\sin h_0\cos(A-A_0) \end{aligned} \tag{7}$$

として求まる r, θ に対して画面上の位置 x, y は $x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$ である。

9）被照射割合 k の計算。

k の定義は図2の点Bを被照射の中心として，$k=BC/BB'(k<0.5)$，$=BC'/BB'(k>0.5)$ である。

10）見かけの傾きを表す極頂対角（parallactic angle）q を計算する。

11）月の被照射中心の位置角（position angle of the center of the illuminated part of the moon）χ を計算する。

極頂対角 q と月の被照射中心の位置角 χ とは図3のようなものである。なお，天頂からの位置角は図より明らかなように $\chi-q$ となる。

12）上の8で計算した位置に円と傾いた楕円を表示して欠けた月を示す。

以上のステップでようやくパソコン画面上に見かけの月の形状を表示できることとなる。星や太陽の表示に比べるといかに多くのステップ（計算）をふまなければならないかがわかるであろう。

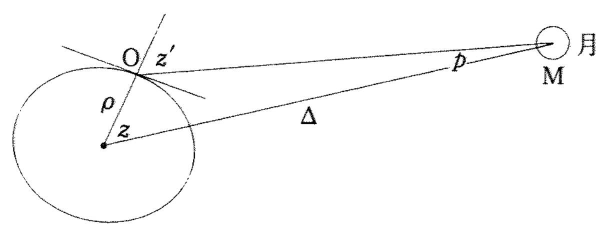

図1：地心視差。Oが観察者の位置，z は地心天頂距離，z' は測心天頂距離である。

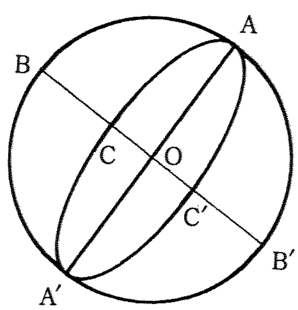

図2：月の被照射割合。Bが被照射の中心である。

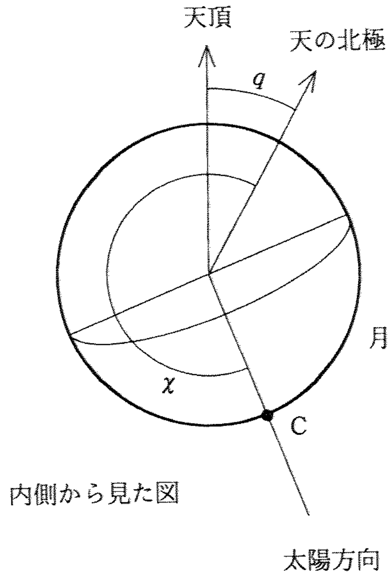

図３：極頂対角 q と月の被照射中心Ｃの位置角 χ

補　　遺

(a)　月の地心黄経，黄緯を求める。ここでは１分角までの精度をとっている。

１）月の平均黄経 L_m

$$L_m = 218^\circ.3164591 + 481267^\circ.88134236T, \qquad (8)$$

２）太陽からの月の平均離角 D_m

$$D_m = 297^\circ.8502042 + 445267^\circ.1115168T, \qquad (9)$$

３）太陽の平均近点角 M

$$M = 357^\circ.5291092 + 35999^\circ.0502902T, \qquad (10)$$

４）月の平均近点角 M_m

$$M_m = 134^\circ.9634114 + 477198^\circ.8676313T, \qquad (11)$$

５）昇交点からの月の平均角距離 F_m

$$F_m = 93^\circ.2720993 + 483202^\circ.0175273T \qquad (12)$$

として，黄経 λ_0，黄偉 β_0，距離 Δ はそれぞれ

$$\begin{aligned}
\lambda_0 = L_m &+ 6^\circ.288774 \sin M_m \\
&+ 1^\circ.274027 \sin(2D_m - M_m) \\
&+ 0^\circ.658314 \sin 2D_m + 0^\circ.213618 \sin 2M_m \\
&- 0^\circ.185116 \sin 2M - 0^\circ.114332 \sin 2F_m \\
&+ 0^\circ.058793 \sin(2D_m - 2M_m) \\
&+ 0^\circ.057066 \sin(2D_m - M - M_m) \\
&+ 0^\circ.053322 \sin(2D_m + M_m) \\
&+ 0^\circ.045758 \sin(2D_m - M) \\
&- 0^\circ.040923 \sin(M - M_m) \\
&- 0^\circ.034720 \sin D_m \\
&- 0^\circ.030383 \sin(M - M_m) + \ldots, \qquad (13)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_0 = {} & 5^\circ.128122 \sin F_m + 0^\circ.280602 \sin(M_m + F_m) \\
&+ 0^\circ.277693 \sin(M_m - F_m) \\
&+ 0^\circ.173237 \sin(2D_m - F_m) \\
&+ 0^\circ.055413 \sin(2D - M_m + F_m) \\
&+ 0^\circ.046271 \sin(2D - M_m - F_m) \\
&+ 0^\circ.032573 \sin(2D + F_m) \\
&+ 0^\circ.017198 \sin(2M_m + F_m) + \ldots, \qquad (14)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\Delta = {} & 385000.56 - 20905.355 \cos M_m \\
&- 3699.111 \cos(2D_m - M_m) \\
&- 2955.968 \cos 2D_m - 569.925 \cos 2M_m \\
&+ 246.158 \cos(2D_m - 2M_m) \\
&- 204.158 \cos(2D_m - M) \\
&- 170.733 \cos(2D_m + M_m) \\
&- 152.138 \cos(2D_m - M - M_m) \\
&- 129.620 \cos(M - M_m) + 108.743 \cos D_m \\
&+ 104.755 \cos(M - M_m) + \ldots \qquad (15)
\end{aligned}$$

となる。

(b)　視差を補正する（測心位置に直す）。

１）観察地点の地心距離の計算(地球を球とはしない)

観測地点の地心からの距離である ρ は次のようにして求める。図４のように地球を回転楕円体とする。ϕ はその地点の地理緯度，ϕ' は地心緯度である。すると，

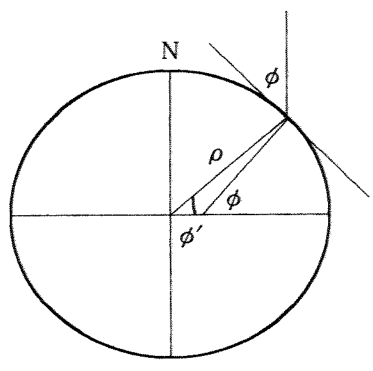

図４：回転楕円体の地球と地心距離

と，$\tan\phi' = (b^2/a^2)\tan\phi$，$\tan u = (b/a)\tan\phi$ より，地心半径 ρ は観察地点の高度 H_g(m) に対して

$$\begin{aligned}
\rho \sin\phi' &= (b/a)\sin u + (H_g/6378149)\sin\phi, \\
\rho \cos\phi' &= \cos u + (H_g/6378149)\cos\phi \qquad (16)
\end{aligned}$$

であり，$\rho\sin\phi'$ は北半球では正，南半球では負となる。したがって図１より，天頂距離 $z' = z + p$，$\Delta \sin p = \rho \sin z'$ である。これより，視差の影響は

天頂距離に関わることが分かる。

2）補正量 $\Delta\alpha$, δ' の計算

別の視点での図を描く（図5）。

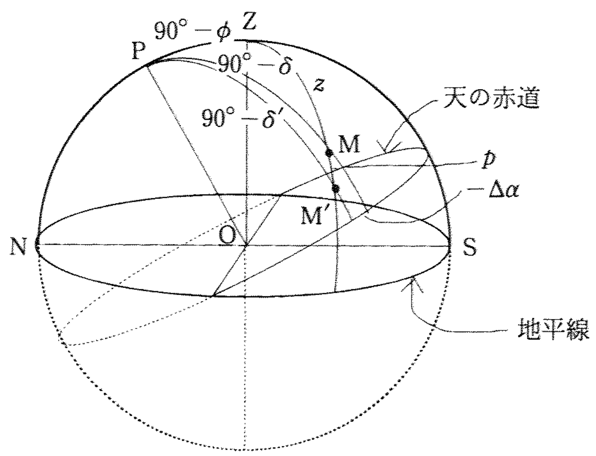

図5：地心視差の補正

球面 △PZM と △PZM′ において公式を適用すると，

$$-\sin\phi'\cos A = \cos\phi'\cot z - \sin A\cot H \quad (17)$$
$$-\sin\phi'\cos A = \cos\phi'\cot z' - \sin A\cot H'。 \quad (18)$$

ここで，$z' = z + p$，$H' = H + \Delta H$，および $\sin z \sin A = \cos\delta\sin H$ を使うと，

$$\frac{\rho}{\Delta}\cos\phi' = \frac{\cos\delta\sin\Delta H}{\sin H\cos\Delta H + \cos H\sin\Delta H} \quad (19)$$

となり，これを整理して

$$\tan\Delta H = \frac{\sin H\cos\phi'(\rho/\Delta)}{\cos\delta-(\rho/\Delta)\cos H\cos\phi'} = -\tan\Delta\alpha。 \quad (20)$$

次に，球面 △PZM と △PZM′ において余弦公式を適用すると，

$$\sin\delta = \cos z\sin\phi' - \sin z\cos\phi'\cos A \quad (21)$$
$$\sin\delta' = \cos z'\sin\phi' - \sin z'\cos\phi'\cos A \quad (22)$$

これより，

$$\sin\delta-(\rho/\Delta)\sin\phi' = \sin\delta'\sin z/\sin z' \quad (23)$$

続いて正弦余弦法則などを使うと

$$\frac{\tan\delta'}{\cos H'} = \frac{\sin\delta-(\rho/\Delta)\sin\phi'}{\cos\delta\cos H-(\rho/\Delta)\cos\phi'} \quad (24)$$

となるので，$H' = H + \Delta H = H + \Delta\alpha$ より加法定理を使って整理すると次が求まる。

$$\tan\delta' = \frac{[\sin\delta-(\rho/\Delta)\sin\phi']\cos\Delta\delta}{\cos\delta-(\rho/\Delta)\cos\phi'\cos H}。 \quad (25)$$

(c) 被照射割合 k の計算

地球の中心からみたときの月と太陽のなす角（地心離角）を ϕ とする。（より高い精度を求める場合は太陽までの距離の変動を入れるべきであるが，ここでは省略可。）

月の中心から見たときの太陽と地球のなす角をも（月心離角）とすると，図6に示される平面三角形に対して

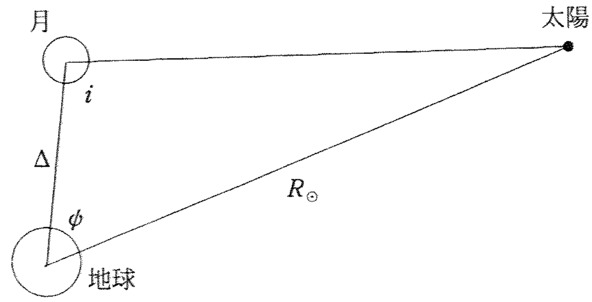

図6：地球—月—太陽の位置関係

$$R_{\odot}/\sin i = \Delta/\sin(\pi-i-\phi) \quad (26)$$
$$\therefore \tan i = R_{\odot}\sin\phi/(\Delta-R_{\odot}\cos\phi) \quad (27)$$

となる。ここで，$\Delta \ll R_{\odot}$ とすると，

$$k = (1+\cos i)/2 \quad (28)$$

で求めることができる。

(b) 極頂対角 q の計算

図7より，

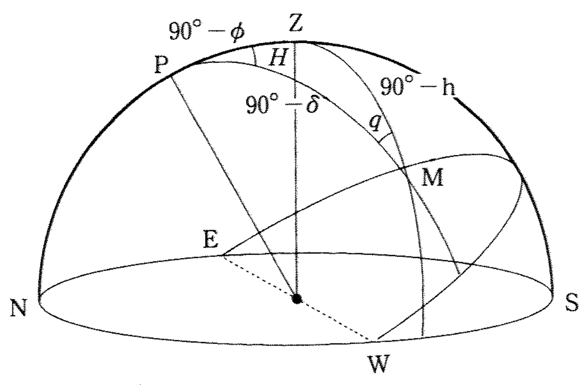

図7：極頂対角の計算

$$\sin q\cos h = \sin H\cos\phi \quad (29)$$
$$\sin\phi = \sin\delta\sin h + \cos\delta\cos h\cos q \quad (30)$$

であり，

$$\sin h = \sin\phi\sin\delta + \cos\phi\cos\delta\cos H$$
$$\cos q\sin h = \sin\phi\cos\delta + \cos\phi\sin\delta\cos H \qquad (31)$$
$$\therefore \tan q = \frac{\sin H}{\tan\phi\cos\delta - \sin\delta\cos H}。 \qquad (32)$$

極頂対角の定義により，南天の場合は q が $\pi/2$ よりも大きくなるので，得られた q の値に π を加える。

(e) 月の被照射中心の位置角 χ の計算

太陽と月の位置をそれぞれ (α_s, δ_s)，(α_m, δ_m) とし，たとえば位置関係が図８であるとする。△PMU

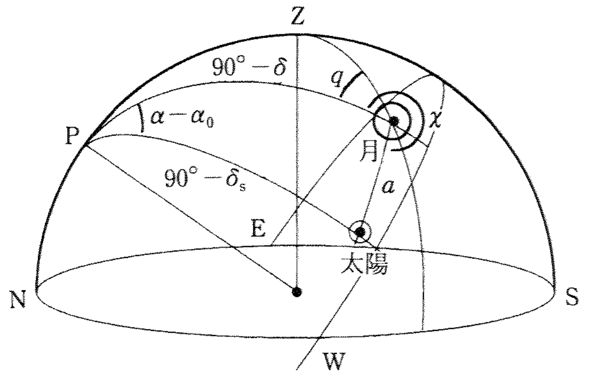

図８：月の被照射中心の計算

に対して正弦法則，余弦法則より，

$$\sin\chi\sin a = \cos\delta_s\sin(\alpha_s - \alpha_m) \qquad (33)$$
$$\sin\delta_s = \cos a\sin\delta_m + \sin a\cos\delta_m\cos\chi,$$

この２式より

$$\tan\chi = \frac{\cos\delta_s\sin(\alpha_s-\alpha_m)\cos\delta_m}{\sin\delta_s\cos a\sin\delta_m}, \qquad (34)$$

整理して

$$\tan\chi = \frac{\cos\delta_s\sin(\alpha_s-\alpha_m)}{\sin\delta_s\cos\delta_m - \cos\delta_s\sin\delta_m\cos(\alpha_s-\alpha_m)}。 \qquad (35)$$

ただし，以上からは $-90° < \chi < +90°$ の値しか得られない。しかし実際は，χ は 90° 近辺（これは満月後新月までの時期Ⅱ）か 270° 近辺（新月から満月までの時期Ⅰ）の値を取る。この判定は次のようになる。

・新月から満月までの時期Ⅰ（太陽の方が月よりも先行している）：この時は，$\alpha_m > \alpha_s$ なら $\alpha_m - \alpha_s < 12\mathrm{h}$，$\alpha_m < \alpha_s$ なら $\alpha_m - \alpha_s < -12\mathrm{h}$ となっている。

・満月から新月までの時期Ⅱ（太陽の方が月よりも遅れている）：この時は，$\alpha_m > \alpha_s$ なら $\alpha_m - \alpha_s > 12\mathrm{h}$，$\alpha_m < \alpha_s$ なら $\alpha_m - \alpha_s > -12\mathrm{h}$ である。

参 考 文 献

板倉聖宣・永田栄治編著：「理科教育資料第１巻科学教育論・教育課程」とうほう1986年

奥井智久編著：「小学校教育課程の解説」第一法規 1989年

海上保安庁水路部：「平成10年天体位置表」1997年

古在由秀編：「現代天文学講座２月と小惑星」（恒星社）1979年

近藤正宏・水野千恵・大竹美喜子・中村泰久：福島大学教育実践研究紀要第36号，43-51，1999年

長沢 工：「天体の位置計算（増補版）」地人書館 1985年

山極 隆・江田稔編著：「中学校新教育課程を読む 理科の解説と展開」教育開発研究所 1989年

Beatty, J. K., Petersen, C. C., and Chaikin, A.: "The New Solar System" (Cambridge Univ. Press, Cambridge), 1999

Green, R. M.: "Spherical Astronomy" (Cambridge Univ. Press, Cambridge), 1985

Meeus, J.: "Astronomical Formulae for Calculators" 4th ed. (Willmann-Bell Inc., Richmond) 1988

Meeus, J.: "Astronomical Algorithms" (Willmann-Bell, Richmond), 1991

Roy, A. E.: "Orbital Motion" 3rd ed. Chap. 9 "Lunar Theory" (Adam Hilger, Bristol), 1988

Smart, W. M.: "Textbook on Spherical Astronomy" 6th ed. (rev. R. M. Green) (Cambridge Univ. Press, Cambridge), 1986

（受理月日 3月31日）