

目次

第 1 章 序論	1
1.1 背景	1
1.2 本論文の構成	5
第 2 章 クラウン減速機の概要	6
2.1 はじめに	6
2.2 従来の減速機構と小径化に適した構成	6
2.3 クラウン減速機の概要	11
2.4 提案する減速機の分類と比較	13
2.5 おわりに	14
第 3 章 三角歯による原理の確認	15
3.1 はじめに	15
3.2 本章で扱う機構と減速比の確認	15
3.3 歯の噛み合いモデル	18
3.3.1 接触判定のための座標	21
3.4 噛み合いの計算	22
3.4.1 噛み合いの条件 (h の極小値)	22
3.4.2 h_r と接触状態の検討	24
3.5 数値計算による直線性の検討	29
3.6 試作と評価	32
3.7 おわりに	34
第 4 章 波形歯による接触の改良	36
4.1 はじめに	36
4.2 歯の噛み合い状態の検討	36
4.2.1 線接触を考慮した歯幅の式	38
4.2.2 3次元接触判定	39
4.2.3 h と ω の算出	43
4.2.4 圧力角	44
4.2.5 相対曲率と面圧	44

4.3	歯形のパラメータの検討	46
4.4	設計例の検討と評価	49
4.4.1	線接触の検討	52
4.4.2	数値計算による入出力角度の直線性の検証	52
4.4.3	試作と評価	56
4.5	おわりに	59
第5章	円形歯による歯形の創成	61
5.1	はじめに	61
5.2	減速機のモデル	61
5.2.1	章動する減速機のモデル	61
5.2.2	ロータ歯車を円錐歯としたときのステータ歯車の創成	66
5.3	歯形のパラメータの検討	71
5.3.1	接触枚数の評価	71
5.3.2	圧力角の評価	71
5.3.3	相対曲率の評価	76
5.4	設計	77
5.4.1	設計のためのロータ歯車の歯形生成	77
5.5	試作	81
5.6	評価	84
5.6.1	角度伝達誤差	84
5.6.2	トルク-ねじれ角	87
5.7	おわりに	89
第6章	噛み合いによる出力軸	90
6.1	はじめに	90
6.2	浮遊ロータ歯車を用いたクラウン減速機	90
6.3	歯数差0の場合の歯形の方針	93
6.4	浮遊ロータ歯車を実現する歯車列と歯数の組み合わせ	98
6.5	試作と評価	100
6.6	おわりに	107
第7章	おわりに	108
7.1	まとめ	108
7.2	今後の予定	108
7.3	謝辞	109

低バックラッシ特性を有するクラウン減速機に関する研究
Study on Low backlash Crown Reducer

佐々木裕之

平成25年3月5日

第1章 序論

1.1 背景

近年、ロボットに求められている作業の種類は年々増加しており、工業分野だけではなく、農業、福祉、そして医療分野などでの応用も期待されている。それに対応するために様々な構成のロボットが開発されている。一般的に多くの種類の作業をロボットに求めるなら、ロボットの機構に多くの自由度が必要となり、その結果、多くの関節が用意される。関節はロボットの性能を決定付ける最も重要な機構の一つである。

現在開発されているロボット関節のほとんどは、電気、空気圧、油圧などを駆動エネルギーとするアクチュエータで構成されている。このなかでも制御が容易な電気エネルギーを用いた直流モータに減速機を取り付けて出力トルクを拡大し、関節機構に連結するといった形態が主流となっている。しかしながら、一般的な減速機は歯車で構成され、この歯車にはバックラッシュがあり、正確な制御の妨げとなる。また、直流モータは高回転低トルクとなる傾向があるので、大きな減速比が必要となる。これら低バックラッシュと大減速比の両方を実現している減速機構はいくつか開発されている [1]~[3]。このうち、軽量でコンパクトなハーモニックドライブに代表される波動減速機構が広く用いられている。このような構成のアクチュエータを用いて、近年開発されている人間の手に模した多指多関節型のロボットハンドなどは、アクチュエータ、センサなどをその指や手の平に組み込むのが主流である [4]-[6]。一般的にモータと減速機を組み合わせたアクチュエータは動力軸方向に長い円筒状構造となる。この構造のままロボットハンドの指の関節として使用することも考えられるが、Fig. 1.1(a) に示すように関節から円筒状構造が突出することになる。この突出部が運用上妨げになるのは明白であるので、避けるべき構成である。このような理由から、Fig. 1.1(b) に示すようにアクチュエータの円筒状構造をロボットハンドの指の円筒形状に沿うように埋め込むのが自然である。ただし、この構造で指関節として機能させるためにアクチュエータの動力軸を 90 度変換する機構が必要となる。この機構には傘歯車などを用いることが考えられるが、バックラッシュなどの問題があった。そこで、筆者が所属する研究グループはバックラッシュなく回転軸を 90 度変換できる立体カム機構を考案した。この概要を Fig. 1.2 に示す。また、動作の様子を Fig. 1.3 に示す。これを用いて 20 関節 (16 能動関節, 4 受動関節) のロボットハンドを試作した。これを Fig. 1.4 に示す [7]。

現在 Fig. 1.2 の立体カム機構をさらに小径化し、内視鏡など応用することを目的に様々な提案を行っている [8]。その一例として小サイズマニピュレータへの応用を Fig. 1.5 に示す。これを実現するために必要な小径なアクチュエータモジュールの概要を Fig. 1.6 に示す。これは、立体カム、減速機、モータ、角度検出用のレゾルバから構成されている。これらの要素の中で減速機について着目すると、現在市場で入手できる最小径の波動減速機は約 $\square 13$ [mm] である。しかしながら、このアクチュエータモジュールを内視鏡などに応用する場合、さらに小径な減速機が必要である。そこで本論文では、波動減速機と同様の低バックラッ

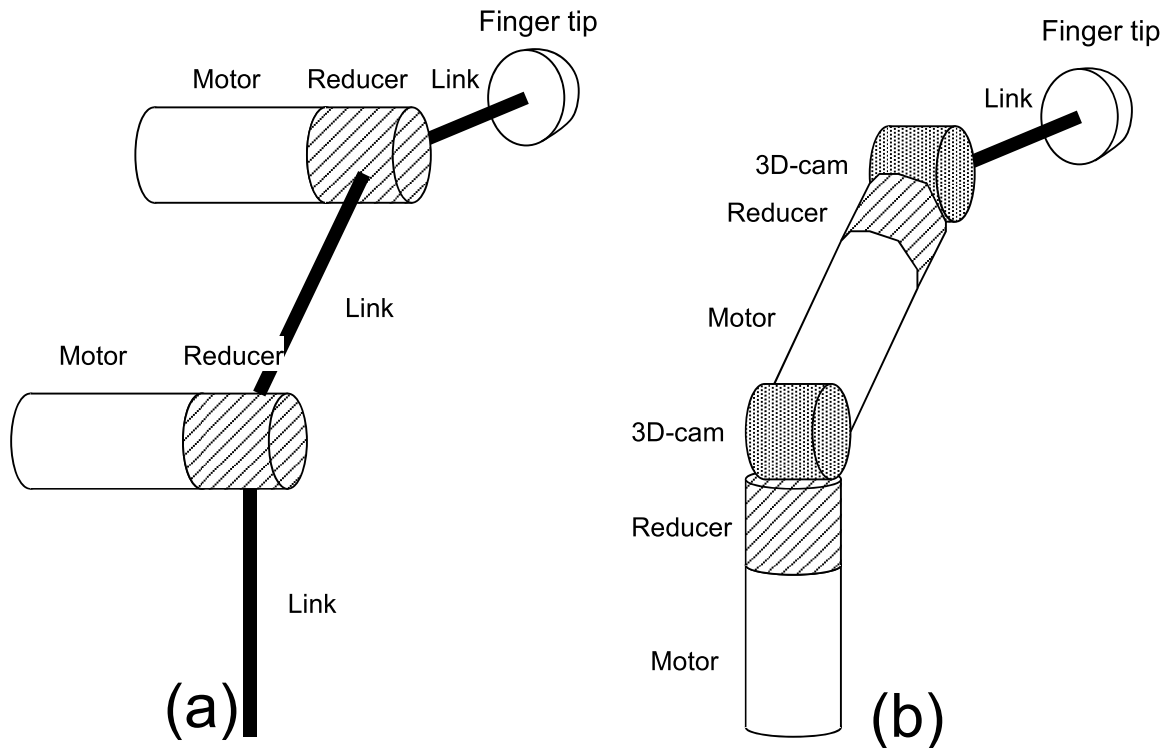


Fig. 1.1: Finger mechanisms of a robot hand

シで大減速比を実現でき、さらに小径な減速機の実現可能な減速機を提案することを目標とする。具体的には内視鏡などに応用することを念頭に $\phi 8[\text{mm}]$ 以下の小径な減速機の実現を目指す。そのために3軸のマシニングセンタなどで加工できるようなシンプルな構造を検討する。また、想定する減速比は50程度とする。これは Fig. 1.4 のハンドで用いた $\square 13[\text{mm}]$ の覇道減速機と同じ減速比である。

- 低バックラッシ
- 小径化 ($\phi 8[\text{mm}]$ 以下)
- 大減速比 (50 程度)

また、一般的に減速機として留意すべき事項を以下に示す。

- 高剛性
- 大出力トルク
- 長寿命

なお、本論文でことわりなく剛性と述べた場合、入力軸を固定したときの減速機本体に対する出力軸のねじり剛性のことを示す。

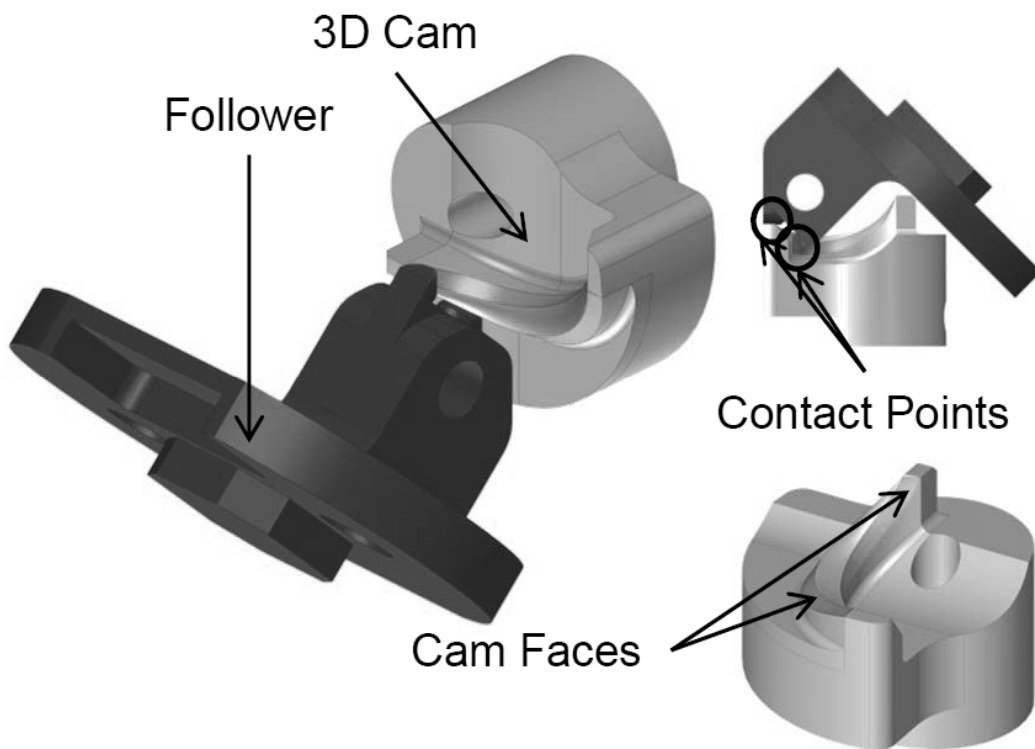


Fig. 1.2: 3D-Cam mechanism

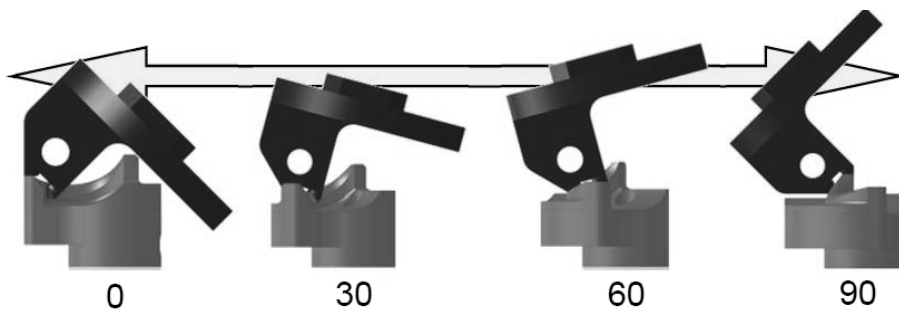


Fig. 1.3: Motion of 3D-Cam

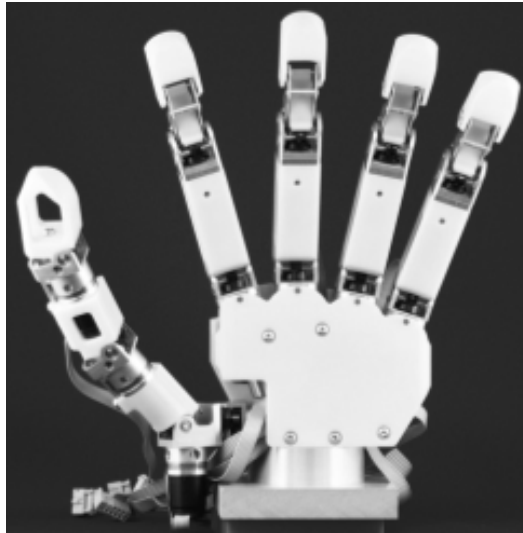


Fig. 1.4: Prototype hand

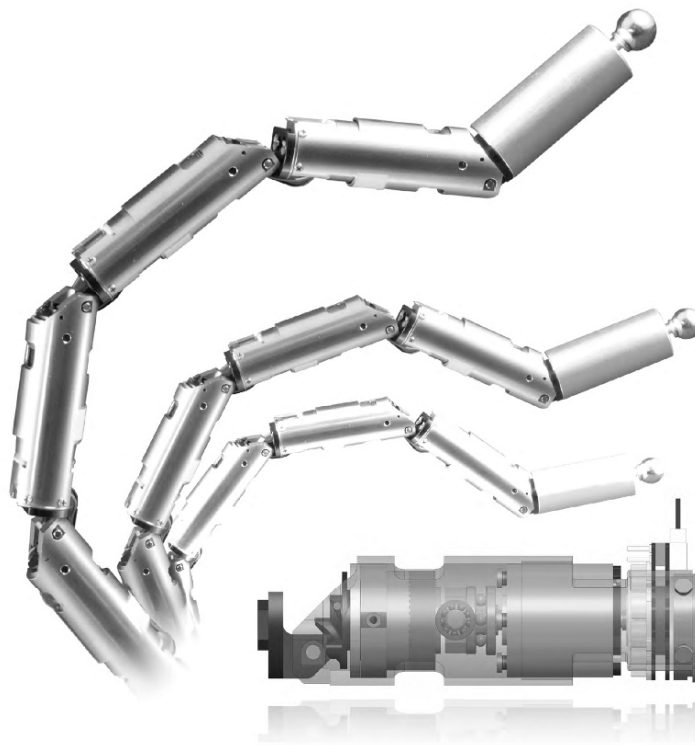


Fig. 1.5: Small size manipulator

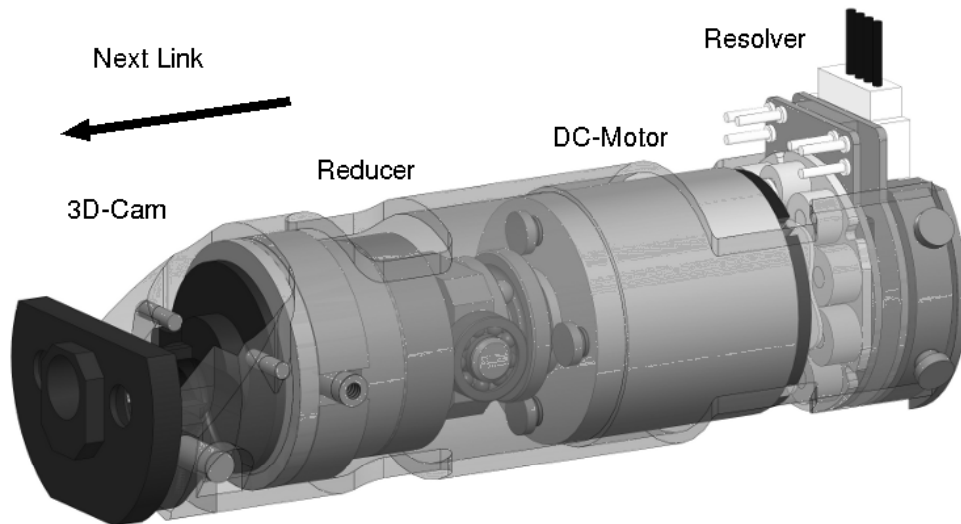


Fig. 1.6: Actuator module

1.2 本論文の構成

本章では、背景と本論文の目的について述べた。2章では、従来の機構について特徴や構成について述べ、目標である低バックラッシ、小径化、大減速比を満たすための減速機の構成について提案する。3章では、提案した減速機の動作確認を行う。簡単のため三角歯の接触状態を数値計算で解析する。解析結果に基づいた減速機を試作して低バックラッシであることを確認する。試作した三角歯の噛み合いは三角歯の頂点での点接触となる。これは明らかに摩耗が発生しやすい。そこで、4章では、曲面の歯形で接触させるため波形歯でかつ、半径方向に線接触を実現させる。波形歯には余弦関数を用いて連続的な歯形の式を示す。これも減速機を試作して低バックラッシであることを確認する。ところで三角歯と同様、波形歯でも同時に複数の歯が噛み合わない。これが実現できれば、歯面の強度や寿命が格段に向上する。そこで5章では、ロータ歯車を円形歯としてステータ歯車を創成する方法を述べる。この歯形の生成方法を用いると、すべてのロータ歯車の歯をステータ歯車と噛み合わせることも可能である。これも減速機を試作して低バックラッシであることを確認する。ところで、2～5章の減速機では、ロータ歯車から出力軸への動力伝達を弾性変形する要素を用いている。このような構成では出力軸の剛性を向上させるのが困難である。そこで、6章では、剛性を向上させるため、出力軸の動力伝達を噛み合いで行う構成について述べる。このとき、動力伝達の噛み合いの歯形は5章で提案した歯形の生成方法を用いる。また、歯数差0の歯形の生成方法について提案する。ところで、この噛み合いによる構成では、ある条件ではロータ歯車が自動的に中心を調整する機能を実現できる。筆者はこれを浮遊ロータ歯車と呼んでいる。これも減速機を試作して低バックラッシであることを確認する。最後に7章では、本論文のまとめと今後の展望について述べる。

第2章 クラウン減速機の概要

2.1 はじめに

本研究の目標は低バックラッシ、小径、大減速比の減速機を実現することである。このうち、大減速比を実現するには、歯数あたりの減速比が大きい差動歯車減速機を用いるのが有効である。そこで本章では従来の差動歯車減速機について述べ、本研究の3つの目標を達成する機構の構成はどのようにすべきか検討する。それを基に提案するクラウン減速機の概要について述べる。また、提案する減速機の分類と比較についてまとめたものを示す。

2.2 従来の減速機構と小径化に適した構成

これまで開発された差動歯車減速機の概略を Fig. 2.1(a)~(d) に示す。その構成から (a) 遊星歯車減速機、(b) 揺動減速機、(c) 波動減速機 (調和駆動減速機)、(d) 章動減速機の4種類に分類される。(a) は遊星歯車、固定歯車、太陽歯車からなる減速機で、全ての要素が出力軸に対し点対称に配置されている。この一種に不思議減速機があり、大減速比を実現している [9]。揺動減速機は遊星歯車の直径を大きくし、わずかに偏心して揺れ動く歯車の動きをカム機構などで出力軸に動力を伝達する機構である。住友重機工業株式会社のサイクロ減速機やナブテスコ株式会社の RV 減速機などがこれに該当し、高い剛性と低バックラッシを実現している [2]。波動減速機は外周に固定歯、内側に歯数を2枚減らした弾性変形する歯を持つ。さらに内側に入力軸に取り付けられたカムを持ち、弾性変形する歯を固定歯に順次押し付ける構造となっている。ハーモニックドライブがこれに該当し、低バックラッシを実現できる。弾性変形する要素を用いているので揺動減速機ほどの大きな剛性はないが、部品点数が少なくコンパクトな機構である。市販されている同減速機の中で最小径は□13mm である。また、近年、同機構の内側のカムを弾性変形する中空の遊星歯車に置き換えたマイクロハーモニックドライブが Micromotion 社により開発されている。これを Fig. 2.2 に示す。同社より最小径 6[mm] の減速機の市販が開始されている。章動減速機は遊星歯車を章動させ、出力軸に取り付けられた歯車を歯数差だけ回転させる機構である。荻野工業株式会社からオギニック減速機が市販されている。筆者らが知る限り、低バックラッシを実現できるのは Fig. 2.1(b)(c)(d) のタイプである。また、総じて Fig. 2.1(b)(c) の構造が入れ子状になっている。それに対し、Fig. 2.1(d) の章動型減速機は軸方向に要素を重ねることができるため、より小径を目指すために適していると考えている。そこで、本研究では章動型減速機の構成を選択する。以下、章動運動する歯を傾斜歯車と呼ぶことにする。また Fig. 2.1(d) の ω を傾斜角と呼ぶことにする。

章動型減速機の構成は章動運動を出力軸へ伝達する部分と、入力軸の回転から章動運動を発生させる部分からなる。従来の機構はこれを適宜組み合わせている。これら章動減速機を Carl らは運動学的に整理し

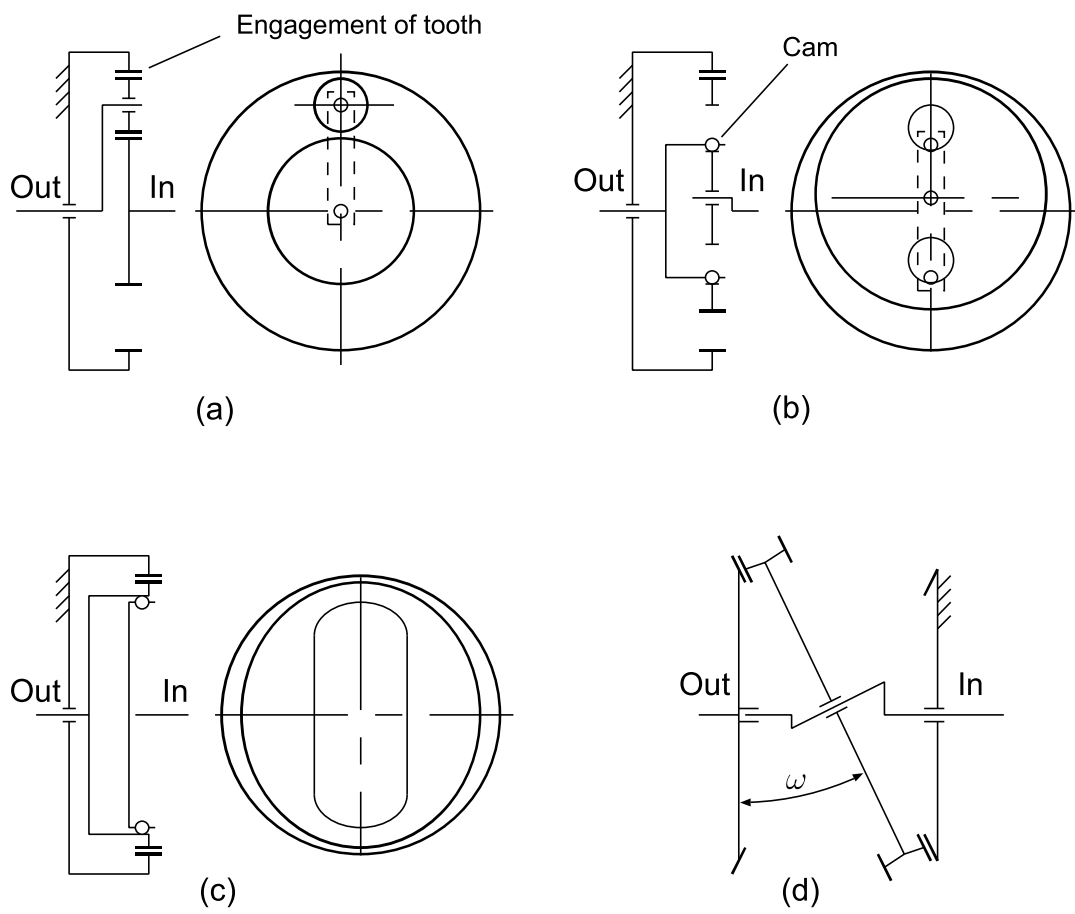


Fig. 2.1: Differential speed reducers

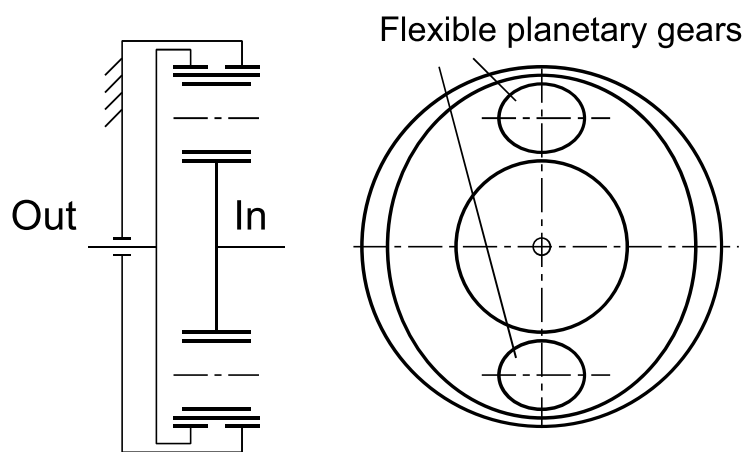


Fig. 2.2: Micro harmonic drive

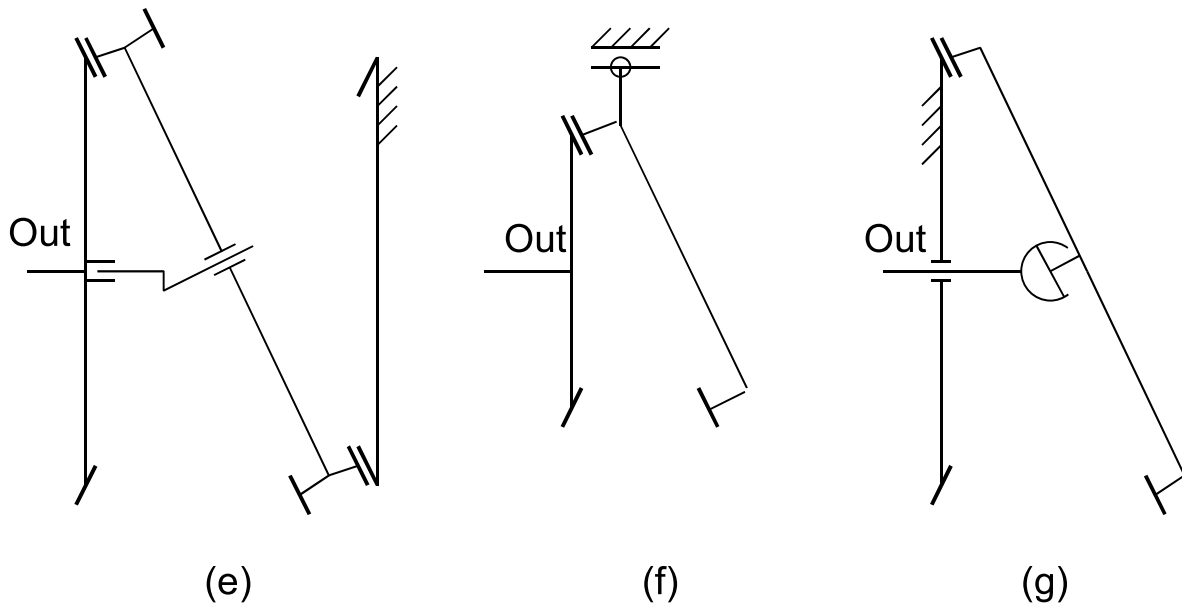


Fig. 2.3: Output mechanisms for nutation drive

ている [10]. これを参考に現在開発されている章動運動を出力軸に伝達する機構を Fig. 2.3(e)~(g) に示す. Fig. 2.3(e) は傾斜歯車の同心円状に 2 組の歯があり, 出力軸側が出力軸の歯と噛み合い, もう一方の歯は固定歯車と噛み合う構成である [11]. Fig. 2.3(f) は傾斜歯車がケースに軸方向に拘束されており, 出力軸には Fig. 2.3(e) と同様に歯車で動力伝達されている [12]. Fig. 2.3(g) は傾斜歯車と出力軸をユニバーサルジョイントなどの偏角を許容するカップリングで接続したものである [13][14]. Fig. 2.3(e) は高剛性を実現できる. Fig. 2.3(f) はスライド機構にバックラッシュが発生しやすい. Fig. 2.3(g) では傾斜角を十分に小さくできれば, 後述するディスク型カップリングなどのシンプルな機構を用いることができる.

章動運動を発生させる入力軸部分の機構を Fig. 2.4(1)(2) に示す. Fig. 2.4(1) は入力軸の途中から傾斜角を持たせ, 傾斜歯車の中心を支えている [15][16]. 入力軸を回転させると章動運動が発生する. Fig. 2.4(2) は傾斜歯車の中心をボールジョイントなどで支え, 入力軸に傾斜した円盤カムなどを取り付けて章動運動を発生させる [11][14][17]. すなわち, 従来の機構で低バックラッシュを実現するには Fig. 2.3(f) を除いた Fig. 2.3(e)(g) と Fig. 2.4(1)(2) からなる 4 種類の構成が考えられる.

ところで, 歯の噛み合う場所を Fig. 2.5(u)~(w) の矢印に示す. Fig. 2.5(u) は最も深く押し込んだ 1ヶ所で接触している. 多くの章動減速機はこれに該当する. オグニック減速機の接触も Fig. 2.5(u) に該当し, バックラッシュを取り除くために与圧を加え, コロを用いて接触点での摩擦を低減させている. Fig. 2.5(v) は傾斜角度を小さくしたものである. この場合深く押し込んだ場所では接触せず, そこから約 $\pm 90[\text{deg}]$ 離れた 2ヶ所で接触するようになる. 離れた 2ヶ所で対称に噛み合うことによりバックラッシュを低減することができる [18]. これまでの筆者らの検討では, 歯形として台形, 波形などを用いてこの機構を実現できることを示している [18]. 一方, 歯形を適切に設計すると Fig. 2.5(w) のように多数接触することができる. これらはお互いに平行ではない線接触であるので, ステータ歯車に対するロータ歯車の姿勢は Fig. 2.5(v) より

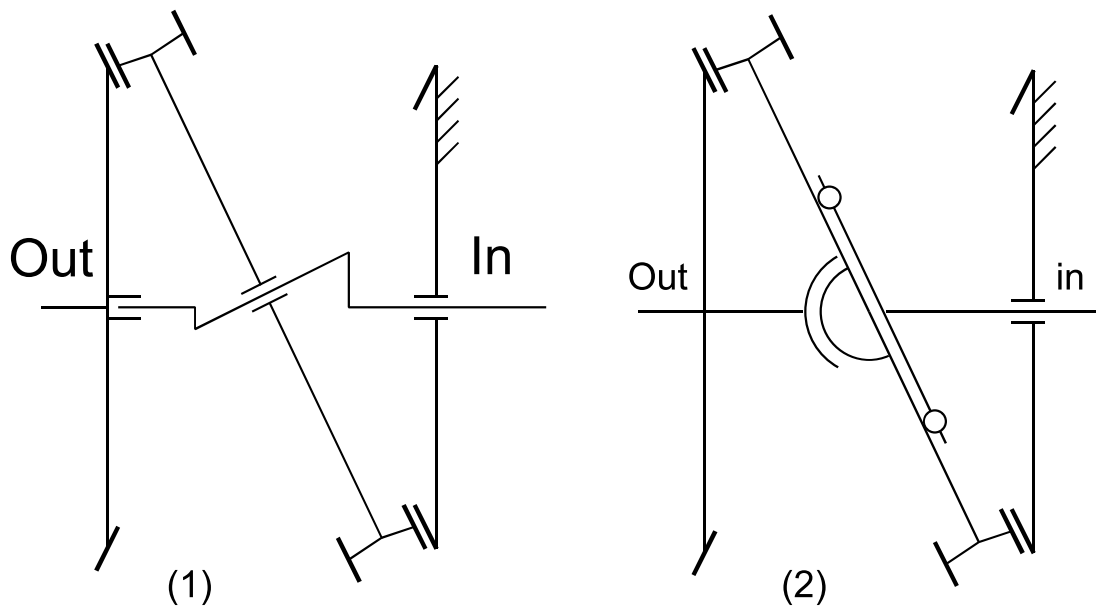


Fig. 2.4: Mechanisms for generating nutational motion

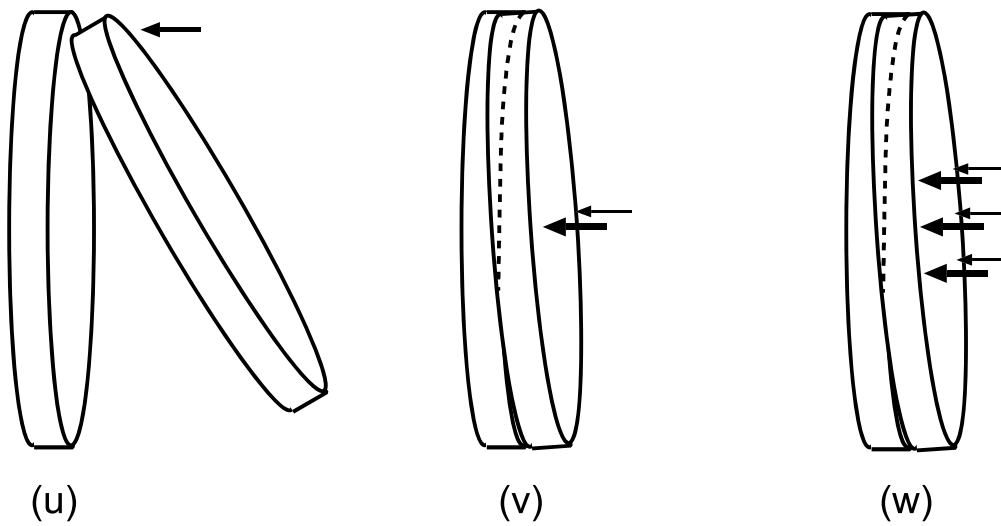


Fig. 2.5: Contact location of the gears

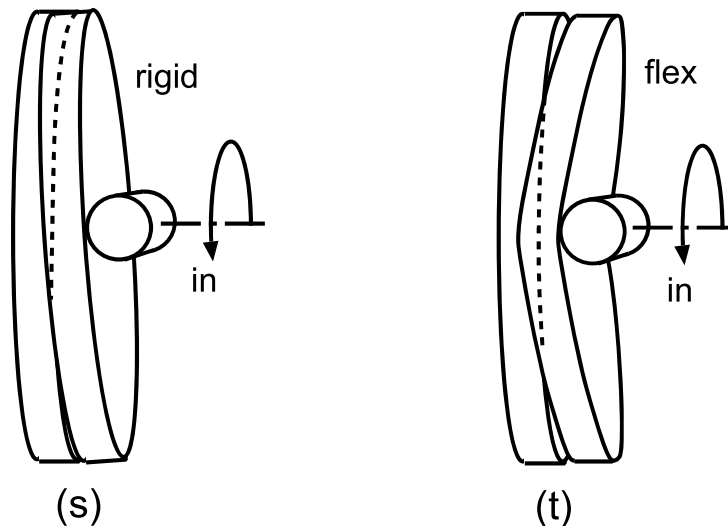


Fig. 2.6: Press rotor

も安定的に拘束することができる。これに出力軸の動力伝達機構の拘束を加えると、Fig. 2.4のような入力軸による傾斜角度の保持が不要となる場合がある。

このように、ロータ歯車が Fig. 2.5(v) や (w) のような歯の接触と動力伝達機構で拘束されている場合、入力軸に対し、対称な棒状の押し付け機構 (以下、棒状押し付けロータ) でロータ歯車をステータ歯車に入力軸側から押し付けるだけで、入力軸に対するロータ歯車の姿勢が一意に定まる。これを Fig. 2.6(s) に示す。棒状押し付けロータは章動運動発生機構としては Fig. 2.4(2) に分類される。また、Fig. 2.4 に示す偏角のある入力軸は高速回転による自身の振動が発生しやすいが、棒状押し付けロータならこれを防ぐことができる。なお、棒状押し付けロータは Fig. 2.6(t) に示すフラットホイールハーモニック機構にも使用されている [19][22]。これは波動減速機の一つで、弾性変形する円盤に歯が付いている。この構成も章動減速機と同様に軸方向に要素を重ねることが可能なので、小径化に向いている機構であると思われる。しかしながら、円盤の中心に出力軸を取り付けて、剛性を維持しつつ円盤全体を弾性変形できるように設計するのは容易ではない。

以上、主に小径な減速機の実現を目的に章動減速機の構成について検討した。低振動で製作容易な棒状押し付けロータを可能とする噛み合わせは Fig. 2.5(v) または (w) となる。筆者らが提案する機構以外に、従来の研究開発でこのような組み合わせで章動運動を発生させる機構は見あたらない。また、章動形減速機はすでに多数提案されているが [11]~[17]、筆者らが提案する機構以外に、噛み合わせ Fig. 2.5(v) のように傾倒中心線を挟んで対称に2ヶ所で接触させてバックラッシュを取り除くというものはない。次節では、この構成でクラウン減速機の原理の説明をする。また、3章と4章では、この構成での様々な歯形の検討について述べる。なお、Fig. 2.5(w) の多数接触の方が強度、剛性、寿命などで有利である。これについては5章で説明する。

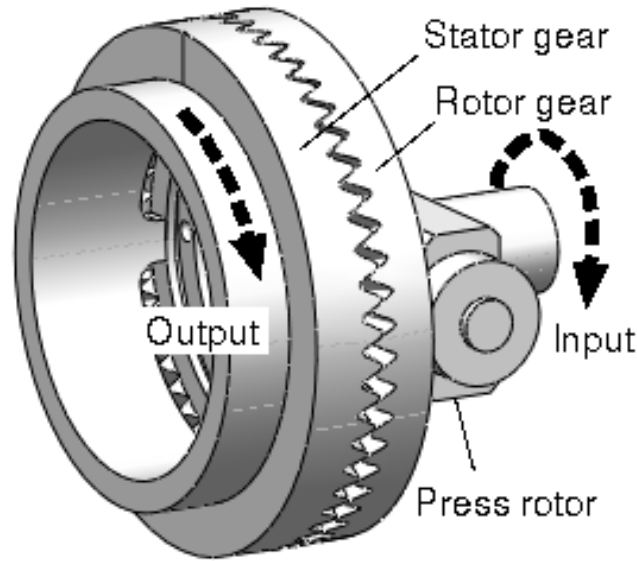


Fig. 2.7: Overview of the proposed reducer

2.3 クラウン減速機の概要

提案する減速機構の構造を Fig. 2.7 に、また、その構成要素を Fig. 2.8 に示す。この機構は歯数が 1 枚異なるクラウンギヤ 2 つと出力軸、弾性変形ディスク、そしてプレスロータから構成される。ロータ歯車は N 枚の歯を有し、フレキシブルカップリングのように弾性変形するディスク (以下、弾性ディスク) を介して出力軸と結合されている。なお、弾性ディスクは出力軸周りの剛性は大きく、ロータ歯車が傾く向きの剛性は小さいことが望ましい。ステータ歯車は N_s 枚の歯を有し、ハウジングに固定されている。ここで、 N_s と N の差は 1 である。プレスロータでロータ歯車をステータ歯車へ押し付けると、ロータ歯車とステータ歯車の歯の枚数が 1 枚異なるため、ロータ歯車は Fig. 2.7 のように片側に傾いて噛み合う。そのままプレスロータを入力軸周りに回転させると噛み合う位置が変化し、出力軸が回転する。この減速機の出力軸の角度を θ_o 、入力軸の角度を θ_i とし、それぞれの回転速度を $\dot{\theta}_o$ 、 $\dot{\theta}_i$ とする。この関係を式 (2.1) に示す。

$$\frac{\dot{\theta}_o}{\dot{\theta}_i} = \frac{N - N_s}{N} \quad (2.1)$$

ただし、 $N - N_s = \pm 1$ であるので、減速比は $\pm N$ となる。すなわち、ロータ歯車の歯数が減速比となる。また、ステータ歯車とロータ歯車の歯数の大小で出力の回転方向を選択できる。例えば、Fig. 2.7 では $N = 50$ 、 $N_s = 49$ であることから、減速比は 50 となり、出力軸と入力軸の回転方向は同じである。一方、 $N_s = 51$ の場合は逆回転となる。また、出力軸側からトルクを加えて入力軸側を回転する、いわゆるバックドライブが可能である。そして Fig. 2.8 に示すように、組み合わせる直前の機構要素は同軸に存在することから、設計、製作、組み立てが容易である。

ロータ歯車とステータ歯車の噛み合わせを数値計算で求めると、Fig. 6.3 の最も深く押し付けている場所

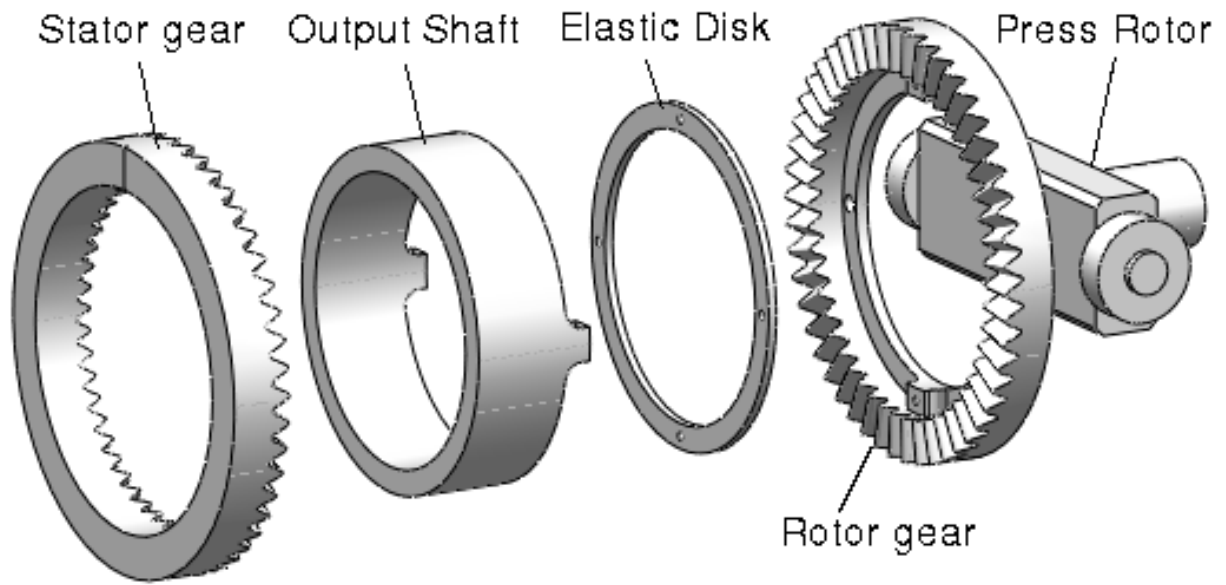


Fig. 2.8: Elements of the reducer

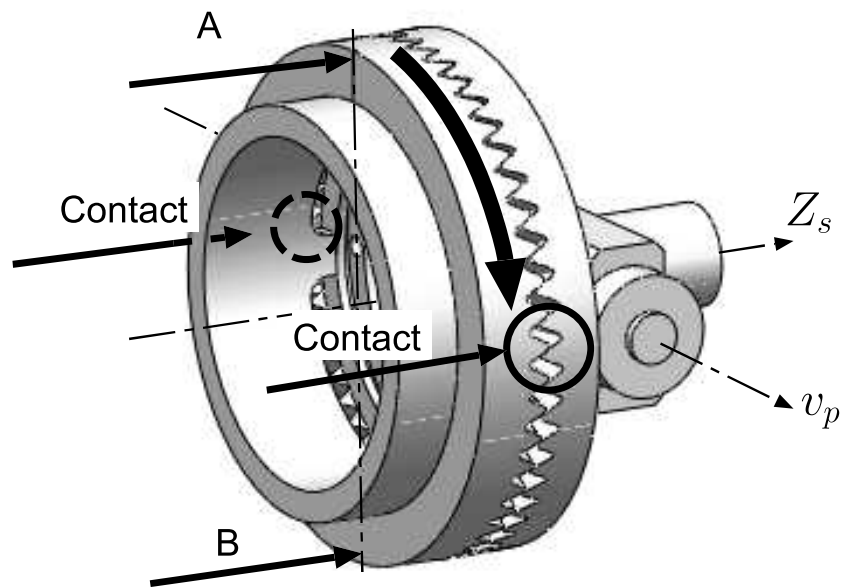


Fig. 2.9: Principle for removing backlash

A や浮き上がっている B ではロータ歯車とステータ歯車は接触せず，線分 AB(または傾倒中心線) を対称に A から約 $\pm 90\text{deg}$ 離れた 2ヶ所で接触しているという結果が得られている．そして，この 2ヶ所でロータ歯車とステータ歯車のバックラッシを取り除くことができる接触状態となっている．提案している減速機のように歯車を傾斜させた機構はすでに多数提案されているが [11]~[19]，本機構のような傾倒中心線を挟んで対称に 2ヶ所で接触させてバックラッシを取り除くというものはない．この新規性が認められ，この減速機構は特許登録されている [25]．

2.4 提案する減速機の分類と比較

提案する機構は差動機構の差動減速機の章動型に分類される．それ以外の機構も含めこれらを箇条書きにまとめたものを以下に示す．

1. 差動ネジ (マイクロメータなどに応用)
2. 差動滑車
3. 差動歯車 (自動車のディファレンシャルギヤなどに応用)
4. 差動減速機
 - (a) 遊星歯車減速機
 - i. 多段式遊星歯車減速機 (メーカー多数)
 - ii. 不思議減速機 (株式会社アイカムス・ラボ)
 - (b) 首振り型
 - i. サイクロ減速機 (住友重機械工業 (株)，精密駆動用減速機シェア 10%)
 - ii. RV 減速機 (ナブテスコ (株)，精密駆動用減速機シェア 60%)
 - iii. ボール減速機 (加茂精工株式会社)，
 - (c) 章動型
 - i. オギニック減速機 (荻野工業株式会社)
 - ii. クラウン減速機
 - (d) 調和駆動型 (波動減速機)
 - i. ハーモニックドライブ (株式会社ハーモニックドライブシステムズ，精密駆動用減速機シェア 30%)，マイクロハーモニックドライブ (Micromotion GmbH)
 - ii. フラットホイールハーモニック (研究段階)[19]

2.5 おわりに

本章では、本研究の目標である低バックラッシ、小径、大減速比の減速機を実現するために、新たにクラウン減速機の提案を行った。具体的には、歯数あたりの減速比が大きい差動減速機に着目し検討を行った。この中でも章動減速機は唯一軸方向に要素を重ねる構造なので、小径を実現しやすい構造であるとした。また、従来の章動減速機では1ヶ所で歯車に与圧を加えて接触することによりバックラッシを除去しているものがある。しかし、与圧による摩擦の増大を防ぐためにコロなどを用いる必要があった。それに対し、提案するクラウン減速機は傾斜角度を小さくし、離れた2ヶ所で接触させている。これにより、与圧が不要となり、コロなしでも無理なくバックラッシを除去し、かつ動作できると考えている。そこで次章では、提案したクラウン減速機の試作と検討を行う。

第3章 三角歯による原理の確認

3.1 はじめに

2章では本研究で提案する減速機の構成について述べた。本章では、主に提案する減速機の試作と動作について述べる。本章で用いる歯形は、テーパエンドミルで簡単に製作できるという理由から三角形を基本とした歯形である。なお、この減速機を試作するにあたり、三角歯のモデルを式で表し、数値計算により接触の状態を検討している。これによるとバックラッシュを取り除くには、数値計算から求められる幾何学的な条件を満たす必要がある。これについて述べる。また、入力軸の回転角度に対する出力軸の回転角度の直線性について数値計算により検討した。最後に減速機と簡単な評価装置と製作し、動作の確認とバックラッシュを評価した。

3.2 本章で扱う機構と減速比の確認

本章で検討する減速機の機構を Fig. 3.1 に示す。これは研究開始初期の構造である。2章で提案した Fig. 2.7 と異なる点は2つある。一つはロータ歯車から出力軸へ動力を伝達する弾性変形部の形状、もう一つはプレスロータの形状である。Fig. 2.7 ではディスク状であり、Fig. 3.1 では十字スポーク状である。明らかに十字スポーク状では軸付近の応力が増大するため、出力軸の出力トルクとねじり剛性が劣る。また、Fig. 3.2 にプレスロータを示す。 v_d を中心軸とする機構が傾くことができるようになっており、その傾きは減速機に組み合わせた際に自動的に調整されるように回転自由としている。これにより、確実に傾斜させるために4ヶ所で押すことができるようになっている。後日、Fig. 2.7 に示す v_p を中心軸とした2ヶ所のみで姿勢を支持できることが判明した。機構はシンプルの方がよいので、4章以降では Fig. 2.7 に示すプレスロータを採用している。

提案するクラウン減速機の減速比は2章の式(2.1)に示されている。この式の導入について説明する。この機構は差動減速機的一种であるので、これらの代表的な遊星歯車減速機と同様に導くことができる [20][21]。具体的には、全体の要素を固定したときと、あるリンク(遊星歯車のアームに相当)を固定したときの速度の総和から、減速機の各部の速度を算出することができる。この様子を Fig. 3.3(a)~(c) に示す。例えば、Fig. 3.3(a) では全体の要素を固定した状態で入力軸を1回転させると、ステータ歯車、出力軸(ロータ歯車と共に回転)そして入力軸(プレスロータと共に回転)はすべて1回転する。一方、Fig. 3.3(b) では、入力軸を固定した状態でステータ歯車を回転させると出力軸は N_s/N 回転する。最後に Fig. 3.3(c) では、Fig. 3.3(a) と (b) の総和をとることにより、入出力の速度の比を算出できる。なお、Fig. 3.3(c) で速度の比を算出できるように、総和の入力軸の回転が1、ステータ歯車が0となるように考えて Fig. 3.3(b) は設定されている。

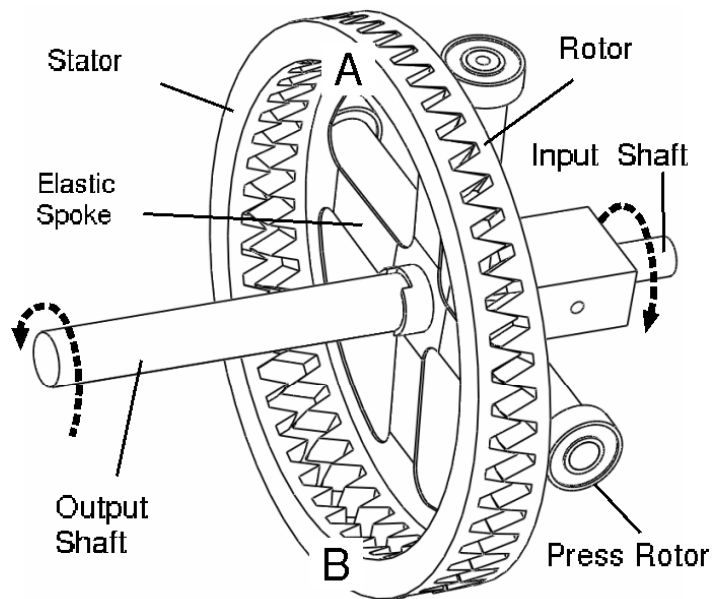


Fig. 3.1: Overview of the crown reducer with rack tooth

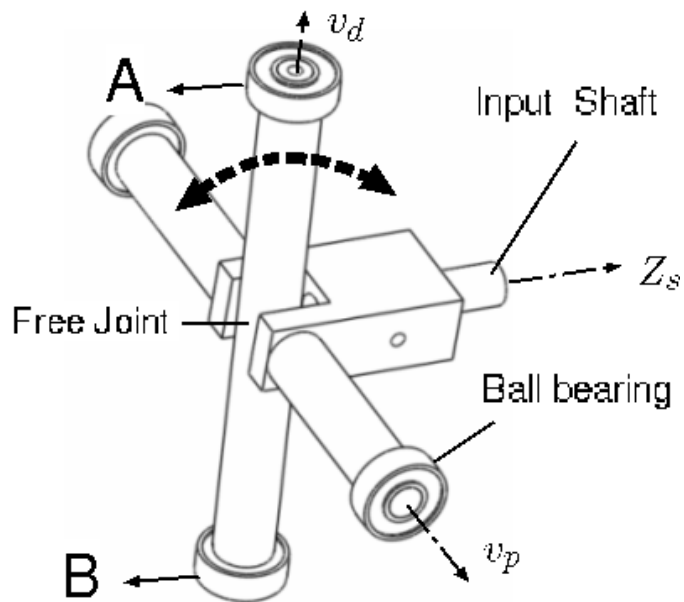


Fig. 3.2: Press rotor

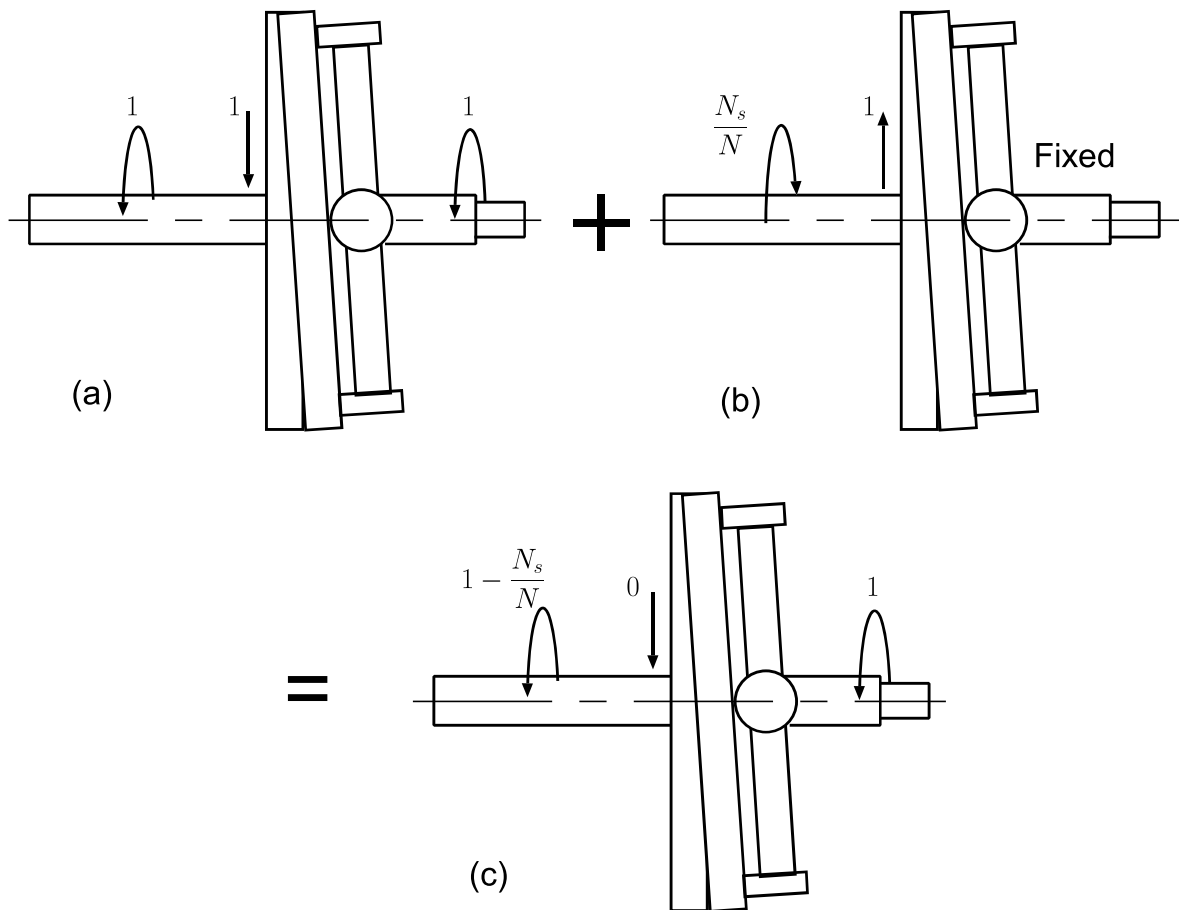


Fig. 3.3: Calculating a reduction ratio of the crown reducer

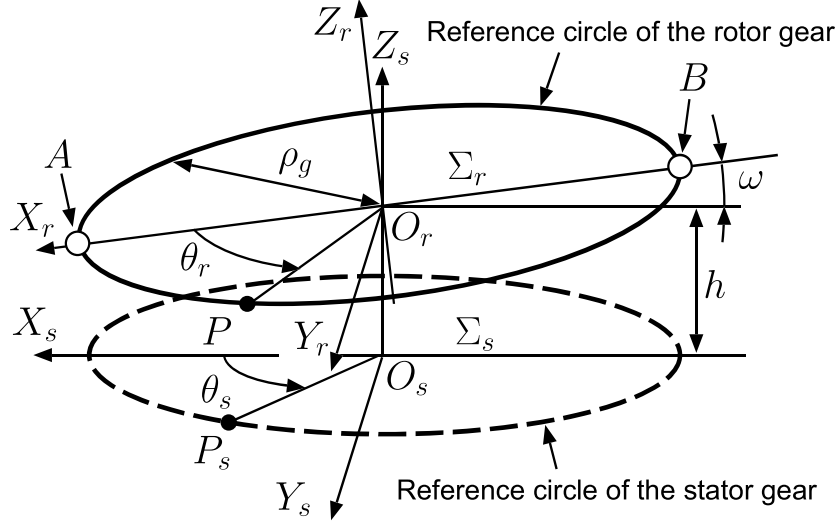


Fig. 3.4: Model of the rotor and stator gears alignment

3.3 歯の噛み合いモデル

ロータ歯車とステータ歯車の歯の噛み合いについて説明する． Fig. 3.4 に提案する機構の幾何学的関係を示す．ここでロータ歯車とステータ歯車の歯底の外周を参照円と定義する． Fig. 3.4 の実線円はロータの参照円，破線円はステータの参照円とする．どちらも半径を ρ_g としている．ステータ歯車に固定された座標系を Σ_s とする．同様にロータ歯車に固定された座標系を Σ_r とする．ロータ歯車は Z_s 軸方向かつ下向きにステータ歯車に押しつけられているが，特に Fig. 3.4 の A と記されている場所で最も深く押されているとする．このとき，ロータ歯車とステータ歯車のなす角度 ω で，いずれかの歯が接触していると仮定する．また，ロータ歯車とステータ歯車の参照円の中心は Z_s 軸方向に h 離れているとする． X_r 軸から角度 θ_r 回転したロータ歯車上の点を P とする．また， P を $X_s - Y_s$ 平面に垂直に写像した点 P_s の角度を θ_s とする．なお，この点はステータ歯車の参照円上からは中心方向にわずかに離れている． Σ_s から見た座標 P は，

$$P = R_y(\omega)R_z(\theta_r) \begin{pmatrix} \rho_g \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ h \end{pmatrix} \quad (3.1)$$

となる．ただし，

$$R_y(\omega) = \begin{pmatrix} \cos \omega & 0 & \sin \omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \omega & 0 & \cos \omega \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

$$R_z(\theta_r) = \begin{pmatrix} \cos \theta_r & -\sin \theta_r & 0 \\ \sin \theta_r & \cos \theta_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

である． $R_y(\omega)$ と $R_z(\theta_r)$ は Σ_r 上の点 P を Σ_s へ写像するための回転行列である．

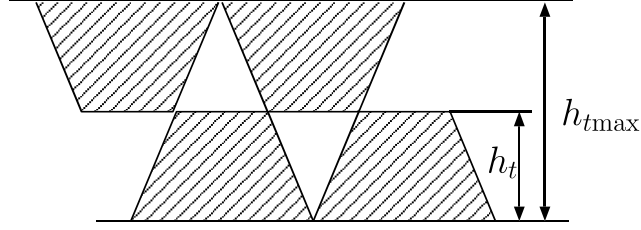


Fig. 3.5: Rack tooth profile with $h_r = 0.5$

本章では三角歯を基本とした歯形を用いている。接触モデルを Fig. 3.6($N_s = N+1$) と Fig. 3.7($N_s = N-1$) に示す。これらの図は接触状態を参照円の外側から Σ_s の原点方向へ見た図である。実際には円筒状の曲面であるが、平面に展開している。この時の横軸を s 、縦軸を z とする。また、 ω は十分に小さいものとし、 Z_s 軸と Z_r 軸が一致するものとして描画している。 ω が十分に小さく、 N が十分に大きい場合、このモデルは妥当である。

歯たけを h_t 、歯の圧力角を α_p とする。このときロータ歯車に隙間無く歯を設置すると、この歯のピッチは $2\pi\rho_g/N$ となり、歯たけが取りうる最大値は、

$$h_{t\max} = \frac{\pi\rho_g}{N \tan \alpha_p} \quad (3.4)$$

となる。三角の歯の形を定めるために係数 h_r ($h_r \leq 1$) を導入する。歯たけは、

$$h_t = h_r h_{t\max} \quad (3.5)$$

とする。なお、ロータ歯車とステータ歯車で同形状の歯を用いる場合には、 $h_r < 0.5$ では、歯溝の幅より歯先の幅の方が大きくなり歯は噛み合わない。この様子を Fig. 3.5 に示す。以上より h_r のとりうる範囲は $0.5 \sim 1.0$ となる。ステータ歯車も同じ形状の歯を用いるとする。ただし、ステータ歯車のピッチは $2\pi\rho_g/(N+1)$ か $2\pi\rho_g/(N-1)$ である。 Σ_s から見た点 P の高さ P_z は式 (3.1) より、

$$P_z = h - \rho_g \sin \omega \cos \theta_r \quad (3.6)$$

となる。また、 Σ_s から見た円周方向 P_s の位置は、

$$P_s = \rho_g \theta_s \quad (3.7)$$

となる。ただし、 θ_s も式 (3.1) から求めることができ、

$$\theta_s = \arctan 2(\sin \theta_r, \cos \omega \cos \theta_r) \quad (3.8)$$

となる。なお、式 (3.8) の $\arctan 2$ は \tan^{-1} の定義域を $[-\pi, \pi]$ に拡張した関数である。接触している歯は、Fig. 3.6, Fig. 3.7 のハッチングされた歯である。また、Fig. 3.6 の Q と T はロータ歯車側歯の歯先を表し、その位置は P と角度 β から求められる。ここで β は、

$$\sin \beta = \frac{d}{d\theta_r} \left(\frac{P_z}{\rho_g} \right) = \sin \omega \sin \theta_r \quad (3.9)$$

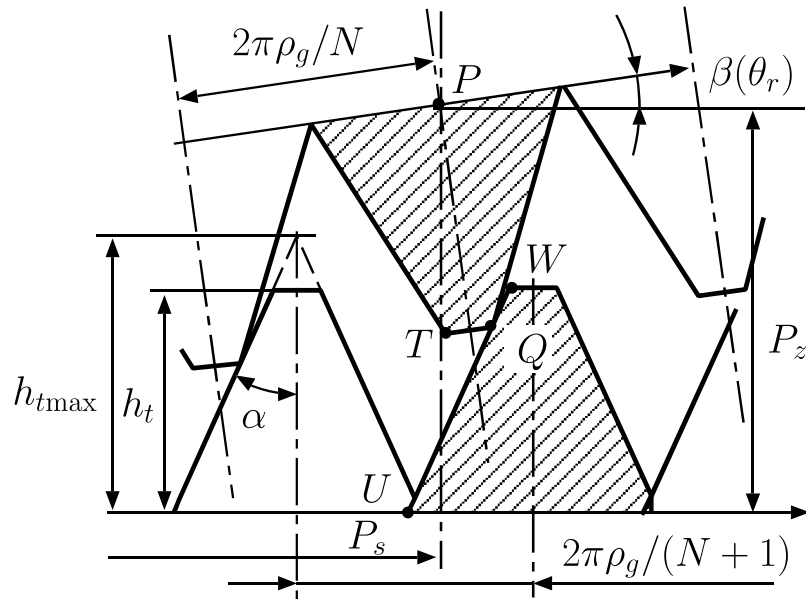


Fig. 3.6: Model of the teeth contact ($N_s = N + 1$)

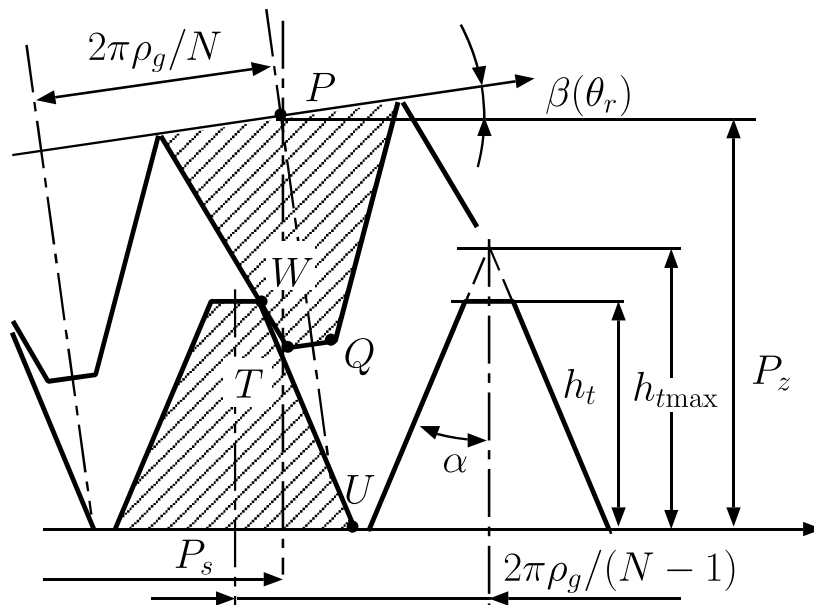


Fig. 3.7: Model of the teeth contact ($N_s = N - 1$)

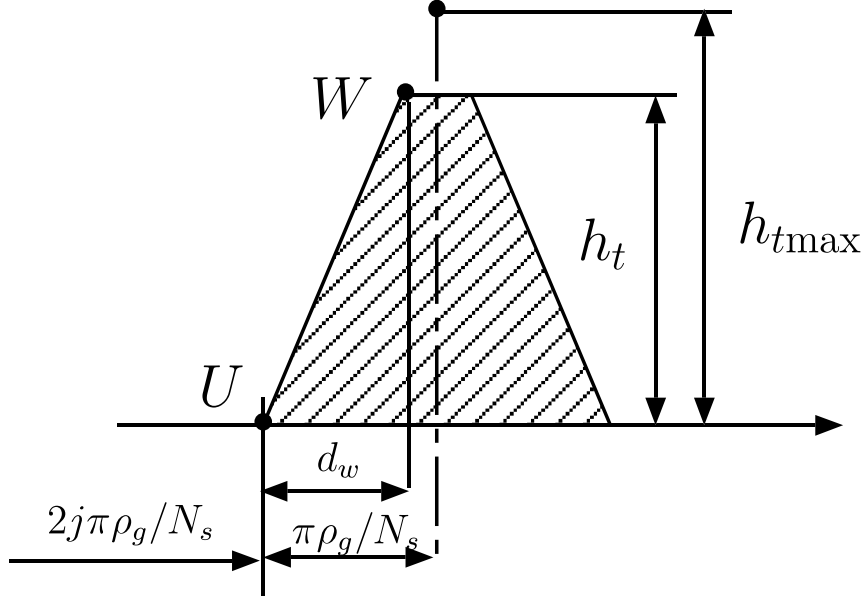


Fig. 3.8: Details of a stator tooth

より求められる。また，ステータ歯車側歯の歯先及び歯元の位置 U ， W はピッチと歯数から求められる。 U ， W ， Q ， T より接触状態を判定する。なお，Fig. 3.6 の接触状態 ($N_s = N + 1$) では，ロータ歯車の角がステータ歯車の斜面に接触している。一方，Fig. 3.7 の場合 ($N_s = N - 1$) はこの関係が逆になり，ステータ歯車の角がロータ歯車の斜面に接触する。Fig. 3.7 のステータ歯車とロータ歯車の関係を逆にすると，Fig. 3.6 を 1 枚歯数を減らしたものとほぼ同じ噛み合わせとなる。そこで本報告では，Fig. 3.6 のモデルについてのみ述べる。

3.3.1 接触判定のための座標

Fig. 3.6 のモデルを用いて W, U の座標を算出する。詳細を記したものを Fig. 3.8 に示す。これによると，

$$h_t : h_{tmax} = d_w : \pi\rho_g/N_s \quad (3.10)$$

$$d_w = \frac{h_t\pi\rho_g}{N_s h_{tmax}} \quad (3.11)$$

$$U = \begin{pmatrix} U_s \\ U_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2j\pi\rho_g/N_s \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

$$W = \begin{pmatrix} W_s \\ W_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_w + U_s \\ h_t \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

同様に Fig. 3.6 のモデルを用いて Q の座標を算出する。詳細を記したものを Fig. 3.9 に示す。これによると，

$$h_t : h_{tmax} = d_Q : \pi\rho_g/N \quad (3.14)$$

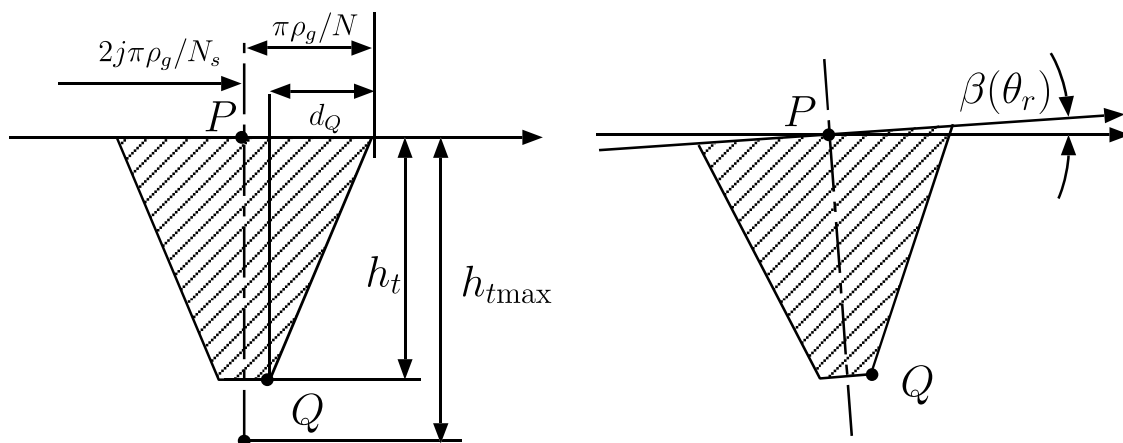


Fig. 3.9: Details of rotor tooth

$$d_Q = \frac{h_t \pi \rho_g}{N h_{tmax}} \quad (3.15)$$

点 P から見た Q を ${}^P Q$ とすると,

$${}^P Q = \begin{pmatrix} \pi \rho_g / N - d_q \\ -h_t \end{pmatrix} \quad (3.16)$$

$$Q = \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} {}^P Q + \begin{pmatrix} P_s \\ P_z \end{pmatrix} \quad (3.17)$$

$$= \begin{pmatrix} (\pi \rho_g / N - d_q) \cos \beta + h_t \sin \beta \\ (\pi \rho_g / N - d_q) \sin \beta - h_t \cos \beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} P_s \\ P_z \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

となる。これらを基に数値計算により接触の判定を行う。

3.4 噛み合いの計算

Fig. 3.4 のモデルで、ロータ歯車とステータ歯車の相対位置を決める変数は h と ω である。これらを変化させて接触状態を探索する。三角歯の形状を決めるパラメータは h_r である。さまざまな h_r に対する噛み合いの状態を調査する。

3.4.1 噛み合いの条件 (h の極小値)

ロータ歯車をステータ歯車方向に押し込むことにより、 ω , h は一意に決定されることが三角歯 ($h_r = 1.0$) の試作により経験的にわかっている [18]。この節では、この現象を数値計算結果を用いて説明する。例として、 $N = 49$, $N_s = 50$, $h_r = 1.0$ とし、 h と ω を変化させて接触点を探索した場合について述べる。接触の様子を Fig. 3.10 に示す。これは、ロータ歯車とステータ歯車の噛み合いを $0 < \theta_s < \pi$ の範囲で図示したものである。また、この時のパラメータを Table 3.1 に示す。

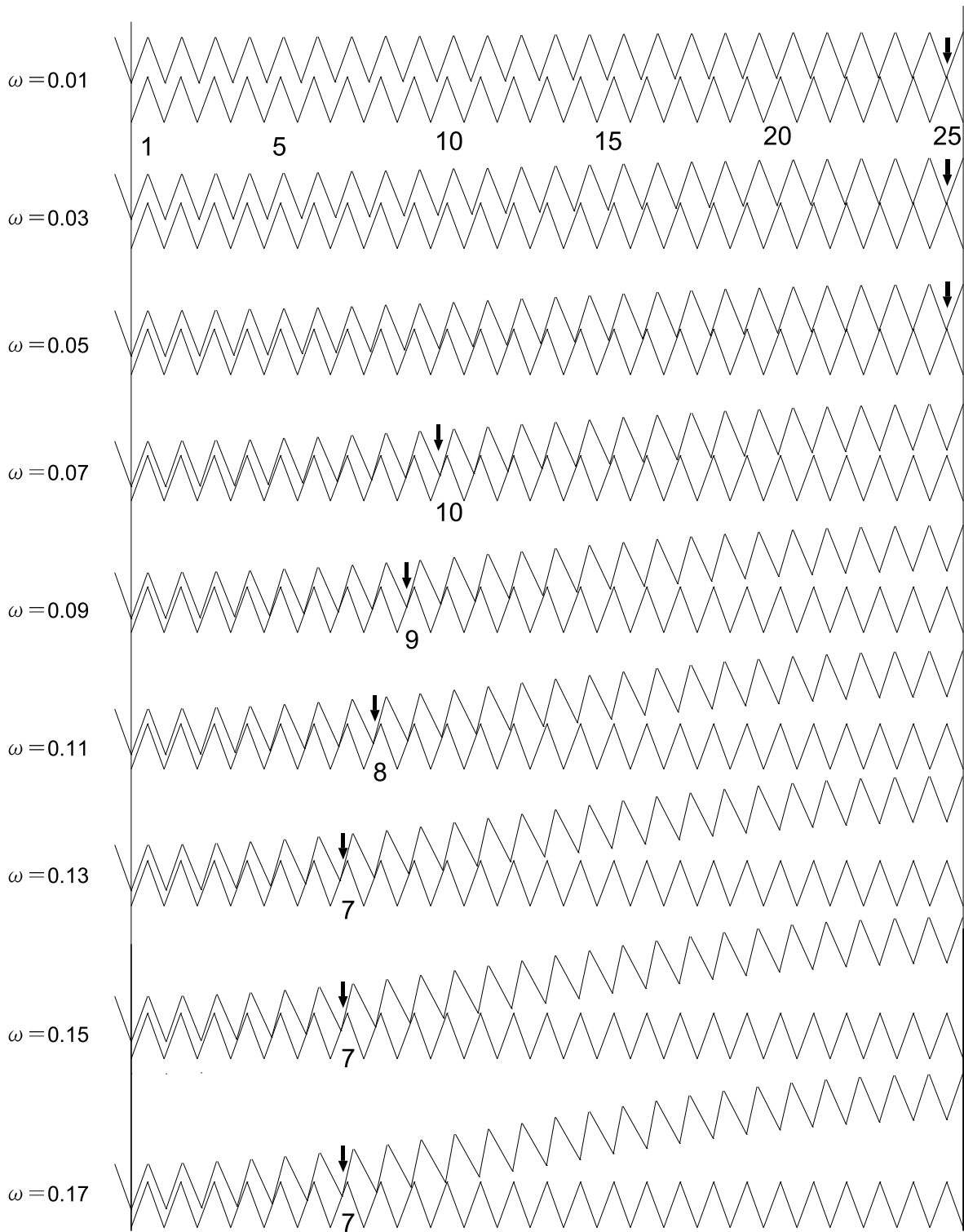


Fig. 3.10: Calculated results of engagement on condition that $N = 49, N_S = 50$

Table 3.1: Calculated results of engagement on condition that $N = 49, N_S = 50$

ω [rad]	ω [deg]	h [mm]	Contact No.
0.010000	0.572958	16.602537	25
0.030000	1.718873	15.631667	25
0.050000	2.864789	14.657837	25
0.070000	4.010705	14.841387	10
0.090000	5.156620	15.823397	9
0.110000	6.302536	16.929087	8
0.130000	7.448451	18.086747	7
0.150000	8.594367	19.306727	7
0.170000	9.740283	20.550067	7

さらに、 ω を 0.01 ~ 0.19 の範囲で 0.0002[rad] おき、 h を 0 ~ $2.5h_{tmax}$ の範囲で 0.00001[mm] おきに探索した。この探索により求められる接触と非接触の分布をプロットしたものを Fig. 3.11 に示す。実線は接触分布を示し、それより上のハッチングの領域は非接触分布を示す。なお、横軸は h_{tmax} 正規化している。実線より下は歯の干渉により使用できない領域である。Fig. 3.11 の a, b, c は実線上の点、すなわちロータ歯車のある歯とステータ歯車のある歯とが接触している点である。ロータ歯車とステータ歯車を a の関係にあるとする。このときの h と ω の座標を (h_a, ω_a) とする。同様に b の座標を (h_b, ω_b) 、 c の座標を (h_c, ω_c) とする。ここで、 $h = h_a$ に固定すると、歯と歯の干渉より $\omega < \omega_a$ は取り得ないが、 $\omega_a < \omega < \omega_b$ の範囲は許容され、この時いずれの歯も接触しない。その結果バックラッシが生じる。なお、 ω の変化はプレスロータ歯車と入力軸の傾きによって生じる。これに対し、実線の極小値となるように $h = h_c$ とすると、 ω が一意に ω_c となり、歯の遊びによるバックラッシを生じない。以上より、 $h_r = 1.0$ の場合の低バックラッシを実現するための条件の 1 つは、 ω に対する h が極小値となる位置で接触することである。

以上、 $h_r = 1.0$ の場合について述べた。これに三角歯 ($h_r = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$) を追加した $\omega - h$ の分布を Fig. 3.12 に示す。なお、 $h_r = 0.5$ については、歯の噛み合う部分がほとんど無いので除外した。 h_r が 0.6 と 0.7 では、 h が極小となる場所が存在しない。例えば $h_r = 0.7$ でロータ歯車をステータ歯車に押しつけると、破線矢印のようにロータ歯車とステータ歯車が平行となる $\omega = 0$ まで押し込まれる。しかし、このときの歯は Fig. 3.13 に示すように歯先同士が接触している状態であり、歯は噛み合わない。以上をまとめると、低バックラッシを実現するためには、構成する歯形が $\omega - h$ の分布で h が極小値を持ち、その極小値となる h と ω の位置で接触する必要がある。

3.4.2 h_r と接触状態の検討

$h_r = 1.0$ の極小値 (Fig. 3.11 の c) での歯の噛み合い状態を $0 < \theta_s < \pi$ の範囲で図示したものを Fig. 3.14 に示す。この図によるとステータ歯車の 12 枚目の歯で接触している。この機構は $X_s - Z_s$ 平面で対称なので反対側も同じように接触している。すなわち、ロータ歯車とステータ歯車は $X_s - Z_s$ 平面を対称に 2 箇所でお互いを挟み込むように接している。これによって、バックラッシの発生を抑えている。本節ではこの

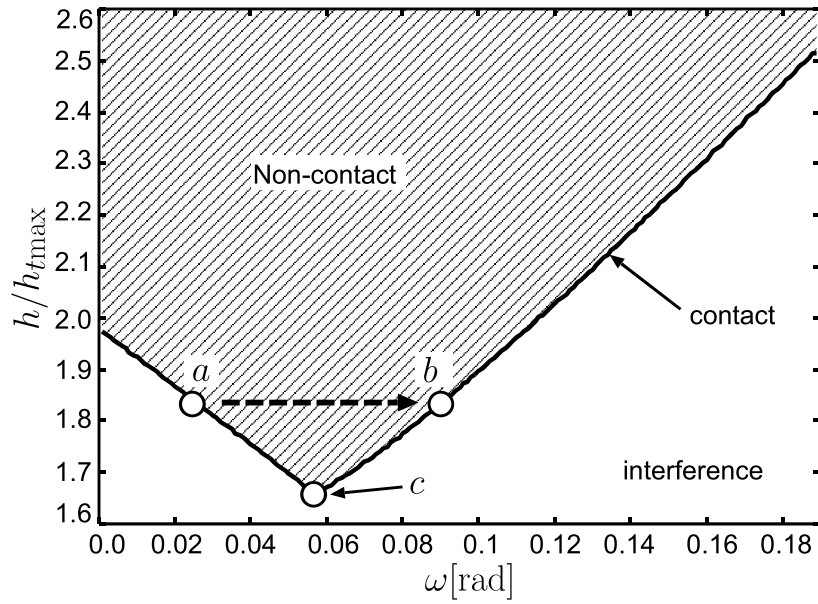


Fig. 3.11: Contact condition between rotor and stator in case of $h_r = 1.0$

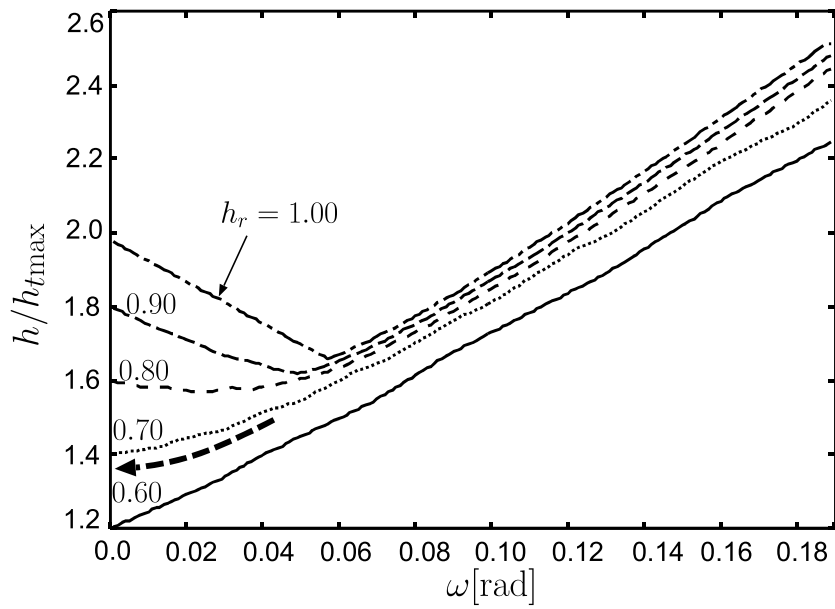


Fig. 3.12: Distance between rotor and stator for teeth contact in various tooth heights

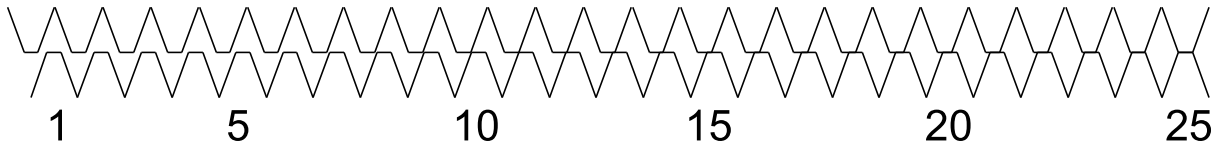


Fig. 3.13: An example of contact condition without meshing ($h_r=0.7$, $\omega = 0$)

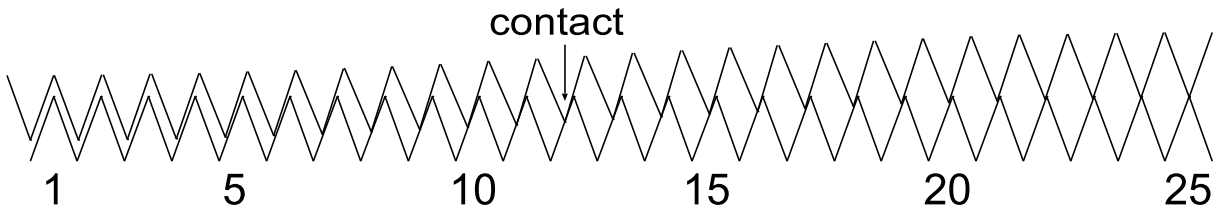


Fig. 3.14: A meshing condition of triangular teeth ($h_r=1.0$)

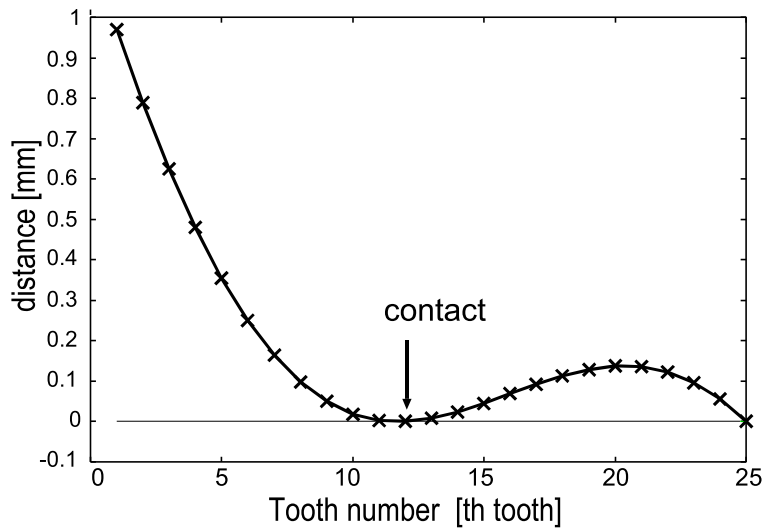


Fig. 3.15: Distance of the teeth ($h_r=1.0$)

Table 3.2: Parameters of engagements at the low backlash condition

h_r	ω [rad]	ω [deg]	h_m [mm]	Contact No.	N_c
0.80	0.024008	1.375557	13.528247	15	2
0.81	0.030679	1.757777	13.622217	15	2
0.82	0.037241	2.133752	13.717357	15	2
0.83	0.030859	1.768090	13.778377	16	2
0.84	0.037613	2.155066	13.830327	16	2
0.85	0.044286	2.537401	13.883597	16	2
0.86	0.048844	2.798555	13.925057	16	4
0.87	0.048779	2.794831	13.937417	16	4
0.88	0.048865	2.799758	13.950747	17	5
0.89	0.048788	2.795346	13.962977	17	5
0.90	0.049117	2.814197	13.978197	15	6
0.91	0.049608	2.842329	13.997877	14	7
0.92*	0.049516	2.837058	14.009697	14	7
0.93	0.050228	2.877852	14.034217	20	6
0.94	0.051166	2.931596	14.065457	21	5
0.95	0.051336	2.941336	14.083167	13	6
0.96	0.052181	2.989751	14.117207	22	4
0.97	0.053610	3.071627	14.165907	23	4
0.98	0.054943	3.148002	14.221477	12	4
0.99	0.056339	3.227987	14.280447	12	4
1.00	0.056997	3.265688	14.316507	25	4

接触状態について検討する。

ロータ歯車とステータ歯車の歯の距離 (以下歯間距離) を Fig. 3.15 に示す。接触している歯の前後の歯間距離は非常に狭く、0.01[mm] 未満となっている。前後の歯が極めて接触に近い状態なので、滑らかに噛み合い状態が遷移される。また、歯間距離が 0.01[mm] 未満の歯の枚数 (以下 N_c) を増やすと、同時に噛み合う歯の枚数を複数にできる可能性がある。一方、この減速機の動作のためにスポークを傾斜角度 ω だけ変形させ続ける必要がある。傾斜角度が大きいと振動の原因となるのでできるだけ ω を小さくしたい。

h_r を 0.80 から 1.00 まで変化させて、 ω 、 N_c 、そして参考に h の極小値 (以下 h_m) を計算した。これを Table 3.2 に示す。これによると、 h_r が減少すると ω も減少する傾向がある。よって、 ω を小さくすることを優先するなら、極小値をもつ h_r の中で小さい値が適している。これに相当する $h_r = 0.80$ の噛み合い状態と歯間距離を Fig. 3.16, Fig. 3.17 に示す。しかしながら、 N_c は少なく、Fig. 3.16 に示すように噛み合わせは浅い。さらに、Fig. 3.12 に示すように極小値の谷が浅く、 ω は不安定である。一方、 $h_r = 0.92$ のときに N_c が最多となる。これらの噛み合い状態と歯間距離を Fig. 3.18, Fig. 3.19 に示す。また、具体的な数値も Table 3.3 に示す。 $h_r = 0.92$ では、三角歯と比較して N_c が 2 倍以上に増加した。また、Fig. 3.12 に示すように、これに近い $h_r = 0.90$ での極小値の谷は深いので、 $h_r = 0.92$ での噛み合わせも安定してい

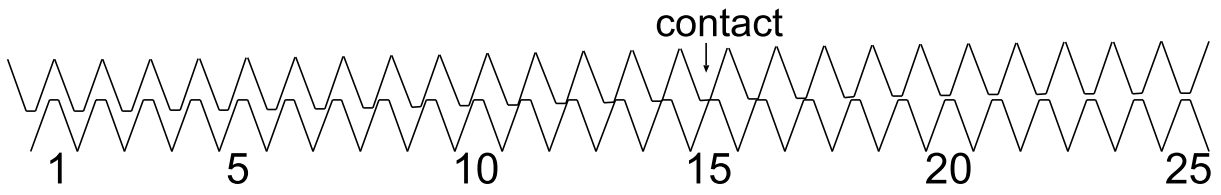


Fig. 3.16: A meshing condition of rack teeth ($h_r=0.8$)

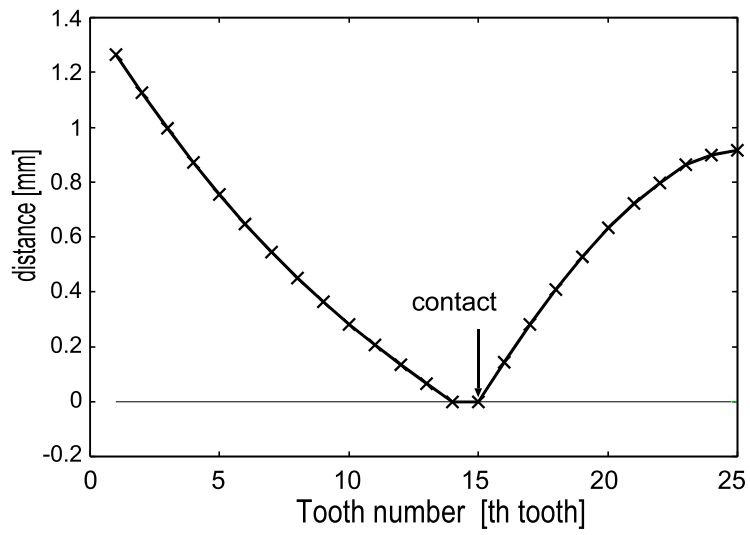


Fig. 3.17: Distance of the teeth ($h_r=0.80$)

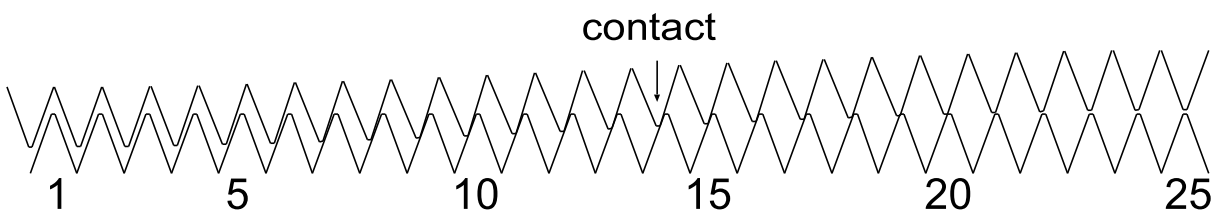


Fig. 3.18: A meshing condition of rack teeth ($h_r=0.92$)

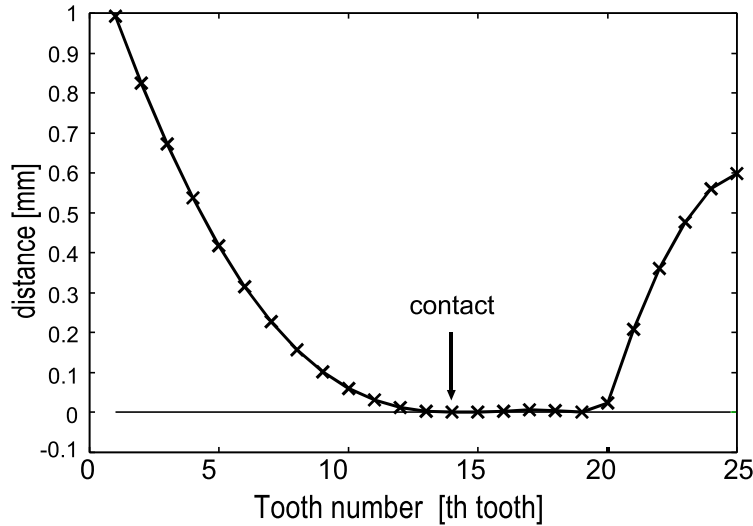


Fig. 3.19: Distance of the teeth ($h_r=0.92$)

ると類推できる．Table 3.3 の 14 番と 19 番で 2 点で接触している可能性がある．これを Fig. 3.18 と照合すると，19 番はロータ歯車とステータ歯車の角同士がでほぼ接触に近い状態にある．角同士では摩耗がかなり進行しやすいので注意が必要である．以上より総合的には， $h_r = 0.92$ が有利であると思われる．

3.5 数値計算による直線性の検討

一般的に減速機の歯形は入力に対する出力の関係が直線的になるように歯形を設計する．本減速機ではそのような設計手順を周到していないことから，直線性が満たされているか疑問である．よって，直線性の検証が必要である．そこで本節では，数値計算により噛み合わせの状態を求め，干渉量が最少になるようなもっとも確からしい出力軸の角度を推測することにより，直線性を検証する．

Fig. 3.20 に直線性を検証するためのモデルを示す．これは入力軸が θ_i ，出力軸が θ_o 回転した場合の図である．傾倒中心線の深く押し込まれた点 A は，入力軸に固定されたプレスロータと共に回転する． $N_s = N + 1$ の場合，出力軸は θ_o だけ θ_i と反対側に回転している． A を堺に Z_r 軸周りに $0 \sim \pi$ を F 側とし， $0 \sim -\pi$ を B 側とする．調査する歯のパラメータは $N = 50$ ， $N_s = 49$ ， $h_r = 0.92$ ， $\omega = 0.049516[\text{rad}]$ ， $h = 14.0009[\text{mm}]$ である．この状態で入力角度をステータの半ピッチ $\pi/N_s = 0.06283$ だけ回転させると理想的には $\theta_o = -0.001282[\text{rad}]$ となる．もし， θ_o がそこからずれている場合，F 側と B 側の干渉を調査する．なお，プログラムでは F 側のみ計算できるようになっているので，B 側は逆に $\theta_i = -0.06283[\text{rad}]$ 回転した場合の F 側の結果で代用している．計算結果を Table 3.4 に示す．なお，歯間距離を D としている．計算上 $D < 0$ となる歯は干渉状態にある．この歯数を N_m とする．また， $D < 0$ となる歯の干渉量を D_m とし，この総和を ΣD_m とする．干渉量 $\Sigma D_m(F)$ と $\Sigma D_m(B)$ の和の絶対値が最少となる θ_o がもっとも確からしい値である．Table 3.4 では， $\theta_o = -0.001282$ の場合である．より細かく計算したものを Table 3.5 に示す．今回は 0.001282 が最も干渉量が少ないことから，もっとも可能性の高い推定値 θ_{og} とする．こ

Table 3.3: Distance of the teeth

Num[th]	distance [mm]
1	0.993040
2	0.825554
...	...
11	0.031304
12	0.012978
13	0.003268 ←
14	-0.000002 contact
15	0.000884 ←
16	0.003600 ←
17	0.005832 ←
18	0.005339 ←
19	0.000003 ←
20	0.023679
...	...
25	0.598361

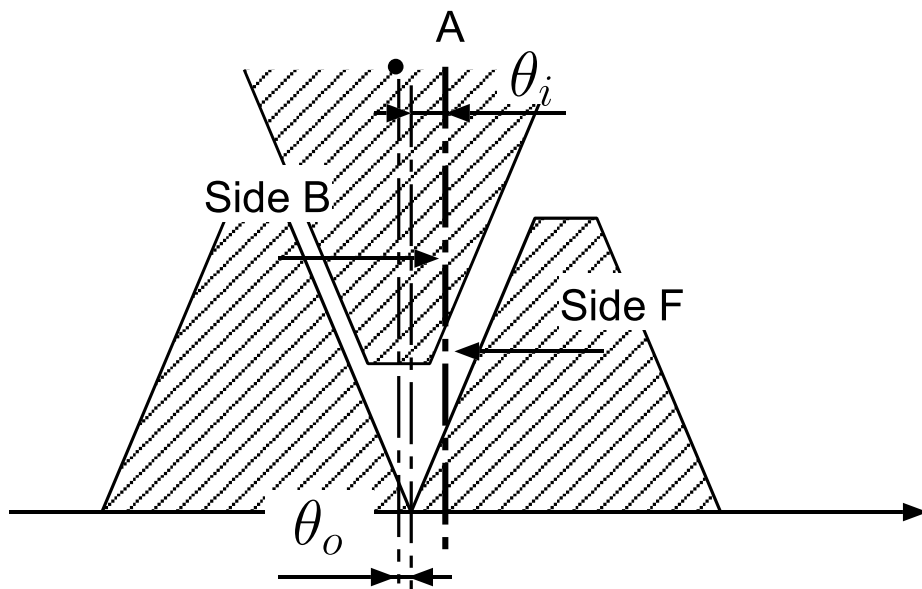


Fig. 3.20: Model for testing of linearity

Table 3.4: D_m on condition that $\theta_i = \pi/n = 0.06283\dots$ and several θ_o

$\theta_o(F)$ [rad]	$N_m(F)$	$\Sigma D_m(F)$ [mm]	$\theta_o(B)$ [rad]	$N_m(B)$	$\Sigma D_m(B)$ [mm]
-0.001144	7	-0.032089	0.001144	0	0.000000
-0.001157	6	-0.028313	0.001157	0	0.000000
-0.001169	6	-0.024839	0.001169	0	0.000000
-0.001182	5	-0.021657	0.001182	1	-0.000461
-0.001195	5	-0.018763	0.001195	1	-0.001040
-0.001207	5	-0.015868	0.001207	1	-0.001620
-0.001220	4	-0.013480	0.001220	1	-0.002200
-0.001232	4	-0.011165	0.001232	1	-0.002780
-0.001245	3	-0.009273	0.001245	1	-0.003360
-0.001257	3	-0.007536	0.001257	1	-0.003939
-0.001270	2	-0.006189	0.001270	1	-0.004519
-0.001282	1	-0.005097	0.001282	1	-0.005099
-0.001295	1	-0.004517	0.001295	2	-0.006191
-0.001308	1	-0.003937	0.001308	3	-0.007538
-0.001320	1	-0.003358	0.001320	3	-0.009275
-0.001333	1	-0.002778	0.001333	4	-0.011167
-0.001345	1	-0.002198	0.001345	4	-0.013482
-0.001358	1	-0.001618	0.001358	5	-0.015871
-0.001370	1	-0.001039	0.001370	5	-0.018765
-0.001383	1	-0.000459	0.001383	5	-0.021660
-0.001396	0	0.000000	0.001396	6	-0.024842
-0.001408	0	0.000000	0.001408	6	-0.028315

Table 3.5: Strain D_m on condition that $\theta_i = \pi/n = 0.06283\dots$ and several θ_o involved the transmission error

$\theta_o(F)$ [rad]	$N_m(F)$	$\Sigma D_m(F)$ [mm]	$\theta_o(B)$ [rad]	$N_m(B)$	$\Sigma D_m(B)$ [mm]
...
-0.001276	2	-0.005610	0.001276	1	-0.004809
-0.001277	2	-0.005494	0.001277	1	-0.004867
-0.001279	2	-0.005378	0.001279	1	-0.004925
-0.001280	2	-0.005262	0.001280	1	-0.004983
-0.001281	1	-0.005155	0.001281	1	-0.005041
-0.001282	1	-0.005097	0.001282	1	-0.005099
-0.001284	1	-0.005039	0.001284	1	-0.005157
-0.001285	1	-0.004981	0.001285	2	-0.005264
-0.001286	1	-0.004923	0.001286	2	-0.005380
-0.001288	1	-0.004865	0.001288	2	-0.005496
-0.001289	1	-0.004807	0.001289	2	-0.005611
...

のとき、微小な干渉量が発生しているのので、減速機を回転させるための抵抗となる可能性がある。これは一般的にトルクむらやゴギングといわれる望ましくない現象の原因となる。

以上の計算方法で、入力軸の角度 θ_i をステータ 1 枚分変化させたときの計算結果を Table3.6 に示す。参考に理論的な出力角度を θ_{ot} としている。Table 3.6 では、計算角度と理想角度と最大 0.0005deg 程度の誤差が発生している。

3.6 試作と評価

試作した減速機を Fig. 3.21 に示す。歯車の直径は $\phi 100$ ，歯数は $N = 49$ ， $N_s = 50$ ，形状は $h_r = 0.92$ である。また歯車の材質はポリアセタールである。4本のプレスロータの先端には、ボールベアリングを取り付けてロータ歯車との摩擦を低減させている。DC モータに取り付けて回転させたところ、滑らかに回転した。

減速機の評価装置を Fig. 3.22 に示す。右側の入力軸には、起動トルクを計測するためのプーリーが取り付けられている。また、入力軸を押し付ける方向に調整できるネジが取り付けられている。これにより、ロータ歯車とステータ歯車の距離 h の微調整を行う。また、出力軸には負荷プーリーとカップリングを介してロータリーエンコーダが取り付けられている。このロータリーエンコーダは 1 回転あたり 96×10^4 の分解能を持つ。

この減速機のプレスロータをステータ歯車側に押しつけていく (h を減少させる) と、起動トルクとバックラッシュが変化する。この関係を Fig. 3.23 に示す。ただし、試作した減速機のバックラッシュの計測方法は以下のとおりである。(1) 入力軸を固定した状態で、機構に内在する摩擦より十分大きいトルクを出力軸に加

Table 3.6: linearity between θ_i and θ_{og}

θ_i [rad]	θ_{og} [rad]	θ_{ot} [rad]	error [rad]	error [deg]
0.000010	0.000000	0.000000	-0.000000	-0.000000
0.006293	0.000123	0.000128	-0.000005	-0.000288
0.012576	0.000248	0.000257	-0.000009	-0.000504
0.018860	0.000382	0.000385	-0.000003	-0.000144
0.025143	0.000509	0.000513	-0.000004	-0.000216
0.031426	0.000636	0.000641	-0.000005	-0.000288
0.037709	0.000765	0.000770	-0.000005	-0.000288
0.043992	0.000894	0.000898	-0.000004	-0.000216
0.050275	0.001024	0.001026	-0.000003	-0.000144
0.056559	0.001153	0.001154	-0.000001	-0.000072
0.062842	0.001282	0.001282	0.000000	0.000000
0.069125	0.001412	0.001411	0.000001	0.000072
0.075408	0.001541	0.001539	0.000003	0.000144
0.081691	0.001670	0.001667	0.000003	0.000144
0.087975	0.001799	0.001795	0.000004	0.000216
0.094258	0.001927	0.001924	0.000004	0.000216
0.100541	0.002056	0.002052	0.000004	0.000216
0.106824	0.002183	0.002180	0.000003	0.000144
0.113107	0.002316	0.002308	0.000008	0.000432
0.119391	0.002442	0.002437	0.000005	0.000288

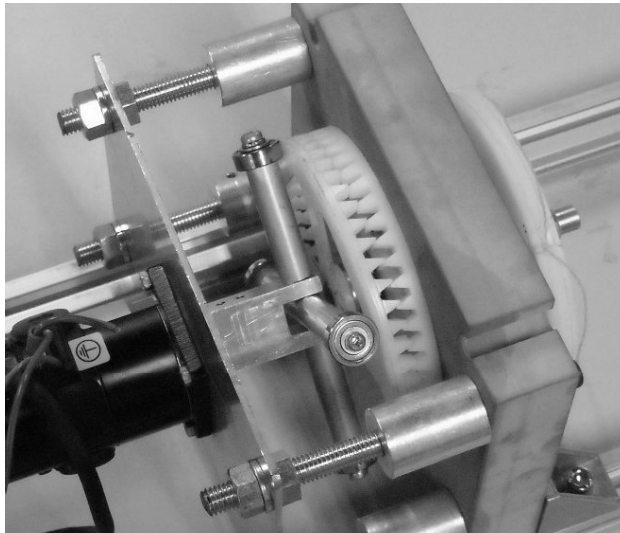


Fig. 3.21: A prototype reducer

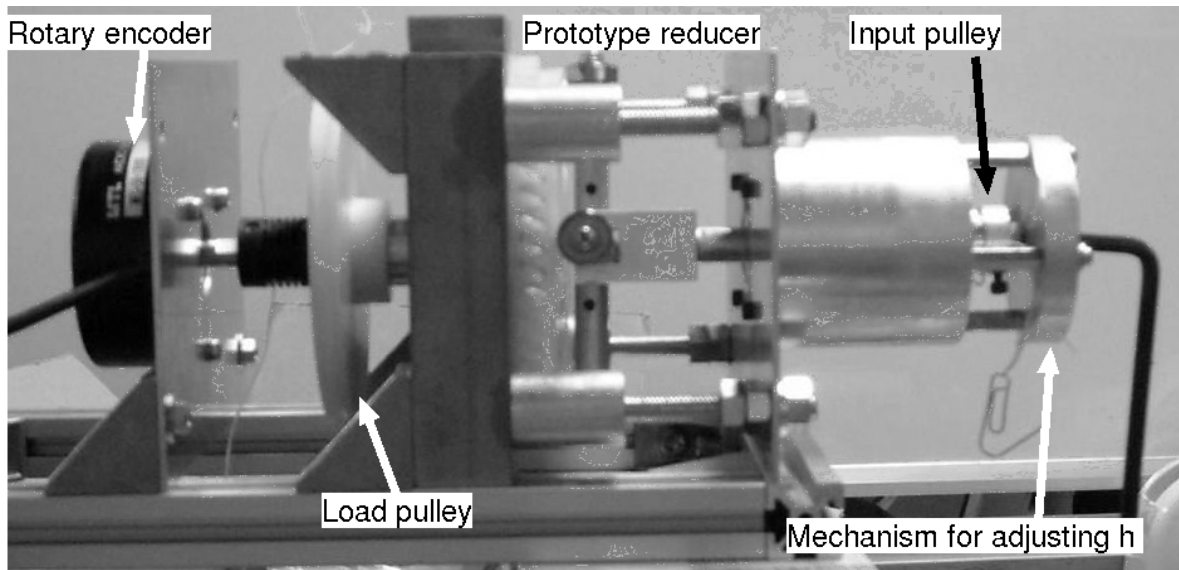


Fig. 3.22: Evaluation apparatus for backlash and starting torque

える。(2) それを除去した後の出力軸の角度 e_1 を計測する。(3) 反対方向に同じトルクを加える。(4) それを除去した後の出力軸の角度 e_2 を計測する。(5) e_1 と e_2 の差を Fig. 3.23 でのバックラッシと定義している。

Fig. 3.23 では、16[mNm] 以上の起動トルクを必要とするほどロータを押しつけてもバックラッシは改善されなかった。よって、この機構の最小バックラッシは 0.002[deg] である。また、バックラッシを 0.01[deg] 程度許容できる用途なら、起動トルクは約 4[mNm] で動作可能である。このように、バックラッシと起動トルクにはトレードオフの関係がある。

3.7 おわりに

本章では、ロボット関節のための低バックラッシ、小径、大減速比を実現することを目的に新しい原理の減速機構を提案した。また、提案する減速機構の三角歯を基本としたモデルを示し、噛み合い状態を数値計算により算出した。それによると、この機構で低バックラッシを実現するためには、 h が極小値を持ち、その位置までプレスロータでロータ歯車を支持する必要がある。また、三角歯の形状を示す係数を h_r として、各種歯形の接触状態について検討した。具体的には、エネルギーロスを抑えるため指標をロータの傾斜角度 ω とし、滑らかさと強度の指標を弾性変形で同時に噛み合う可能性が高い歯数 N_c として係数 h_r の評価を行った。その結果、総合的に $h_r = 0.92$ が有利であると判断した。この $h_r = 0.92$ の歯を試作をし、これについて起動トルクとバックラッシの関係を示した。これによると、実用的な起動トルクでのバックラッシは十分に小さいことが確認された。

ところで、歯車の接触部分が角で接している。このような接触では明らかに摩擦が大きくなるため、曲面どうして接触する歯形の検討を行う必要がある。そこで、次の章では摩擦しにくい接触を実現できる歯形の検討を行う。

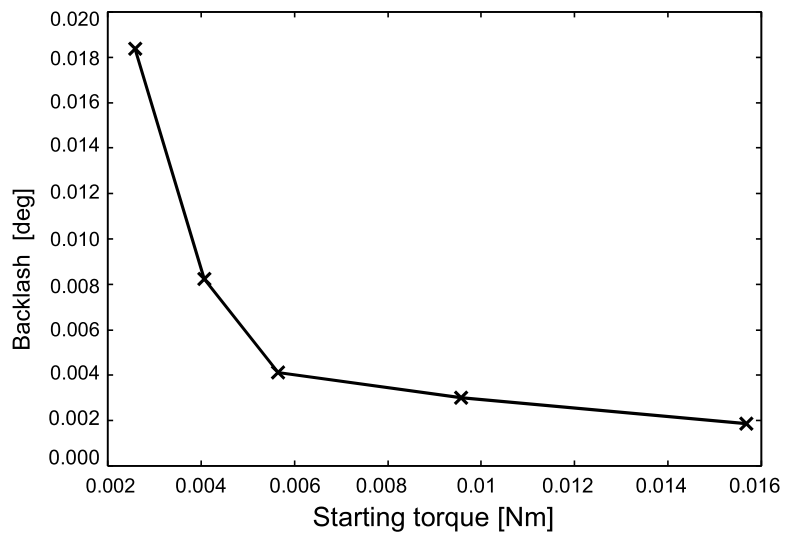


Fig. 3.23: Backlash against the starting torque

第4章 波形歯による接触の改良

4.1 はじめに

前章では、提案するクラウン減速機の歯形に三角歯を基本としたモデルを示し、噛み合い状態を数値計算により算出した。それによると、この機構で低バックラッシュを実現するためには、ロータ歯車とステータ歯車の距離 h が極小値を持ち、その値でプレスロータを固定する必要がある。また、実際に試作を行い、実用的な起動トルクでのバックラッシュは十分に小さいことが確認された。

ところで、三角歯を採用したことから接触部分が角で接している。この状態では角の部分から摩耗することは明らかである。そこで、本章では歯の形状を三角から曲線に変更する。また、三角歯では、半径方向の形状は考慮されておらず、外径の端のみで点接触していた。これも摩耗の原因となる。そこで、半径方向線接触できるような歯形の生成方法について示す。同時に複数の歯が噛み合うのなら、強度、寿命で有利である。そこで、複数接触の可能性を調査する。また、入力と出力の線形性について計算で示す。最後に本章で提案した歯形の減速機を試作し、その評価について述べる。

4.2 歯の噛み合い状態の検討

幾何学的関係は3章で示した Fig.3.4 と同じである。一方、歯形は様々な形状の曲線が考えられるが、本論文では、数式での表現が簡単な三角関数を基礎とする波形の歯（以下、波形歯）を用いる。参照円の外側から出力軸 (Z_s 軸) へ向かって見た接触モデルを Fig.4.1 と Fig.4.2 に示す。なお、これらはロータの歯数に対しステータ歯車の歯数を1枚増減したものである。ステータ歯車の歯面の座標を sP_s とすると、三角関数形状の歯面の外周はステータ歯車の参照円を基準として、 θ_s を用いて以下の式で表現できる。

$${}^sP_s(\theta_s) = \begin{pmatrix} \rho_g \cos \theta_s \\ \rho_g \sin \theta_s \\ H_s(1 - \cos(\theta_s N_s))/2 \end{pmatrix} \quad (4.1)$$

ただし、 $\theta_s = 0$ のとき、式 (4.1) の z 成分を0としている。ロータ歯車の表面についても同様にロータ歯車の参照円を基準として、 ${}^rP_r(\theta_r)$ で示すことができる。これを式 (4.2) に示す。

$${}^rP_r(\theta_r) = \begin{pmatrix} \rho_g \cos \theta_r \\ \rho_g \sin \theta_r \\ -H_r(1 + \cos(\theta_r N))/2 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

また、 $\theta_r = 0$ で最も深く押し込まれているとし、このとき式 (4.2) の z 成分 ${}^r z_r$ は $-H_r$ と等しいとしている。外周の歯たけ H_s と H_r には様々な組み合わせが考えられる。歯たけの大きさを示すパラメータ H と

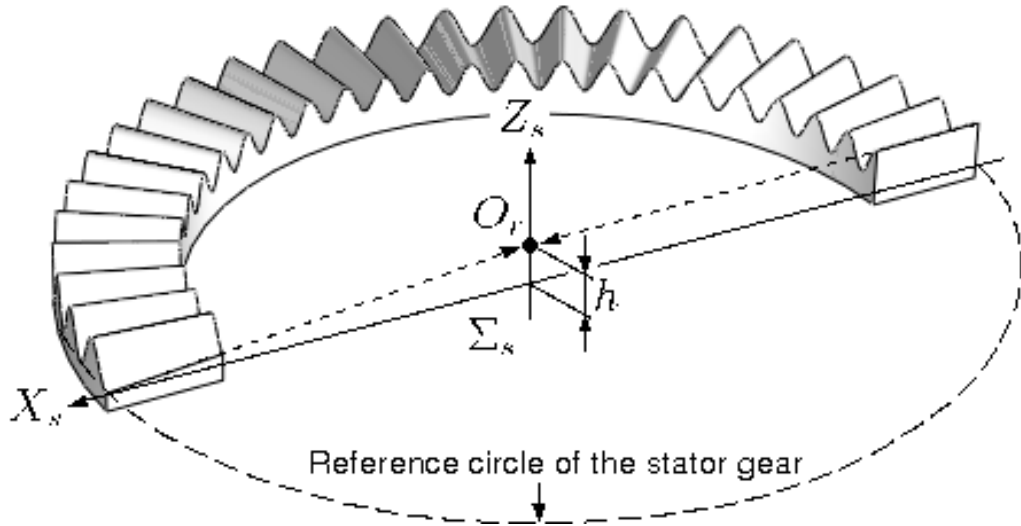


Fig. 4.4: Example design of the stator gear

2つの歯たけの相違性を示すパラメータを n を導入し

$$H_r = nH \quad (4.3)$$

$$H_s = (1 - n)H \quad (4.4)$$

とした。例えば同じ形状の場合 $n = 0.5$ となり、 $H_s = H_r = 0.5H$ となる。これらの値の詳細については 4.3 章で後述する。

4.2.1 線接触を考慮した歯幅の式

5.2.1 節では歯の外周のみ考慮したが、この節では歯幅について検討する。考慮するにあたり、二つの歯を線接触させることが重要である。Fig.4.3 はステータ歯車の Z_s 軸を含む任意の断面を示したものである。この歯面を EE' とする。また、ロータ歯車のある歯面を DD' とする。 EE' と DD' は O_r に収束するように交わるとする。 DD' は点 O_r を中心とした球面運動が可能である。 DD' と EE' が一致する場合、線接触するのは明らかである。また、ロータ歯車とステータ歯車の歯面の全ての位置で O_r に収束するように歯面を構成することは可能である。以上の方法により二つの歯を線接触させる。なお、一般的な傘歯車も歯車の回転軸の交点へ歯面を収束させることにより線接触を実現している。

この方法で設計したステータ歯車を Fig.4.4 に示す。また、ステータ歯車の半径方向の位置を r_s とし、歯面を O_r に収束させた式 (4.5) に示す。ロータ歯車も同様に式 (4.6) に示す。なお、この式で線接触できることを 4.4.1 節で示す。

$${}^s P_s(r_s, \theta_s) = \begin{pmatrix} r_s \cos \theta_s \\ r_s \sin \theta_s \\ H_s \frac{r_s}{\rho_g} \left(\frac{1 - \cos(\theta_s N_s)}{2} - \frac{h}{H_s} \right) + h \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

$${}^r P_r(r_r, \theta_r) = \begin{pmatrix} r_r \cos \theta_r \\ r_r \sin \theta_r \\ -H_r \frac{r_r}{\rho_g} \left(\frac{1 + \cos(\theta_r N)}{2} \right) \end{pmatrix} \quad (4.6)$$

4.2.2 3次元接触判定

クラウン減速機は章動運動といった3次元的な球面運動を行う。しかしながら、3章で検討した三角歯は、傾斜角 ω が十分に小さいことから、球面運動を円筒に近似的に展開し、さらに平面に展開した2次元で接触判定を行っていた。しかしながら、本章では、線接触を実現するため中心方向についても厳密に検討する必要がある。そこで、3次元モデルでの接触判定するための検討を行う。

接触判定のためのモデルを Fig. 4.5 に示す。(1) はロータ歯車の表面のモデルである。Fig. 4.3 に示す線接触を実現していると仮定すると、ロータ歯車の線分 ${}^r P_r O$ 上にある点は同時にステータ歯車の表面に接触する。すなわち、 ${}^r P_r$ の接触を調査すれば線分 ${}^r P_r O$ の線接触を接触を確認したことになる。さらに、 ${}^r P_r$ の接触をロータ歯車の Z_r 軸周りに1回転調査すれば、ロータ歯車とステータ歯車全体の接触を確認することができる。 ${}^r P_r$ とステータ歯車の距離をもとめ、その距離がマイナスならば接触していると判定する。

具体的な判定方法について説明する。Fig. 4.5(1) のロータ歯車の点 ${}^r P_r$ からロータ歯車の中心点 O_r へ向かうベクトルを v_o とする。ロータ歯車の点から円周方向にそって変化する表面の接線ベクトルを v_s とする。ロータ歯車とステータ歯車にわずかな隙間がある場合を Fig. 4.5(2) に示す。ステータ歯車座標を基準としたロータ歯車の点 ${}^s P_r$ からのステータ歯車表面の表面 ${}^s P_s$ までの距離を求める手順を以下に示す。

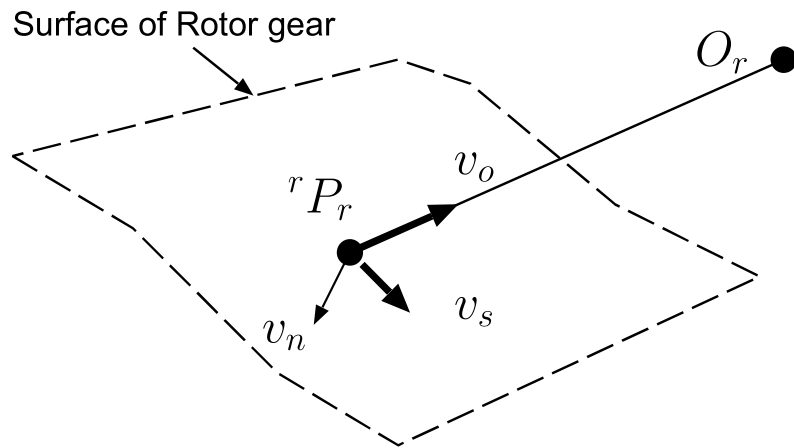
1. ${}^r P_r$ からの法線ベクトル v_n を求める。
2. ステータ歯車座標での法線ベクトル ${}^s v_n$ と点 ${}^s P_r$ を求める。
3. 点 ${}^s P_r$ をとおりに ${}^s v_n$ に沿った直線 ${}^s P_i$ を求める。
4. ${}^s P_i$ とステータ歯車の交点 ${}^s P_s$ を求める。
5. このとき、ステータ歯車までの距離、位置関係から接触を判定する。

面の法線ベクトルは、 v_s と v_o の外積により求めることができる。

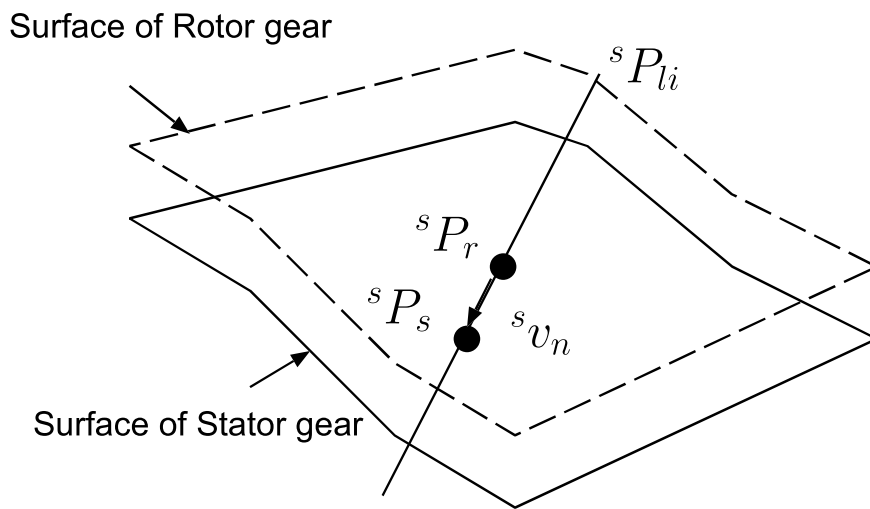
$$v_n = v_o \times v_s \quad (4.7)$$

となる。このうち、 v_o は

$$\begin{aligned} v_o &= \frac{\partial}{\partial r_r} {}^r P_r \\ &= \frac{\partial}{\partial r_r} \begin{pmatrix} r_r \cos \theta_r \\ r_r \sin \theta_r \\ -H_r \frac{r_r}{\rho_g} \left(\frac{1 + \cos(\theta_r N)}{2} \right) \end{pmatrix} \end{aligned}$$



(1) Calculating the normal vector



(2) Calculating the position on the stator surface

Fig. 4.5: 接触の探索 2

$$= \begin{pmatrix} \cos \theta_r \\ \sin \theta_r \\ -H_r \frac{1}{\rho_g} \left(\frac{1+\cos(\theta_r N)}{2} \right) \end{pmatrix} \quad (4.8)$$

$$(4.9)$$

となる。同様に v_s は

$$\begin{aligned} v_s &= \frac{\partial}{\partial \theta_r} {}^r P_r \\ &= \frac{\partial}{\partial \theta_r} \begin{pmatrix} r_r \cos \theta_r \\ r_r \sin \theta_r \\ -H_r \frac{r_r}{\rho_g} \left(\frac{1+\cos(\theta_r N)}{2} \right) \end{pmatrix} \\ &= r_r \begin{pmatrix} -\sin \theta_r \\ \cos \theta_r \\ -H_r \frac{N}{\rho_g} \left(\frac{1-\sin(\theta_r N)}{2} \right) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.10)$$

となる。簡単のため, $v_o(v_{ox}, v_{oy}, v_{oz}), v_s(v_{sx}, v_{sy}, v_{sz})$ とおくと,

$$\begin{aligned} v_n &= v_o \times v_s \\ &= \begin{pmatrix} v_{ox} \\ v_{oy} \\ v_{oz} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_{sx} \\ v_{sy} \\ v_{sz} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} v_{oy}v_{sz} - v_{oz}v_{sy} \\ v_{oz}v_{sx} - v_{ox}v_{sz} \\ v_{ox}v_{sy} - v_{oy}v_{sx} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

となる。これを $v_n(v_{nx}, v_{ny}, v_{nz})$ とおく。これはロータ歯車の座標系でのベクトルであるので、回転行列でステータ歯車の座標に変換する。これを ${}^s v_n(v_x, v_y, v_z)$ とおくと,

$$\begin{aligned} {}^s v_n &= \begin{pmatrix} \cos \omega & 0 & \sin \omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \omega & 0 & \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_{nx} \\ v_{ny} \\ v_{nz} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} v_{nx} \cos \omega + v_{nz} \sin \omega \\ v_{ny} \\ -v_{nx} \sin \omega + v_{nz} \cos \omega \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.12)$$

なお, ${}^s P_r$ も同様に

$$\begin{aligned} {}^s P_r &= r_r \begin{pmatrix} \cos \omega & 0 & \sin \omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \omega & 0 & \cos \omega \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \theta_r \\ \sin \theta_r \\ -\frac{H_r}{\rho_g} \left(\frac{1+\cos(\theta_r N)}{2} \right) \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta_r \cos \omega - \frac{H_r}{\rho_g} \left(\frac{1+\cos(\theta_r N)}{2} \right) \sin \omega \\ \sin \theta_r \\ -\cos \theta_r \sin \omega - \frac{H_r}{\rho_g} \left(\frac{1+\cos(\theta_r N)}{2} \right) \cos \omega \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.13)$$

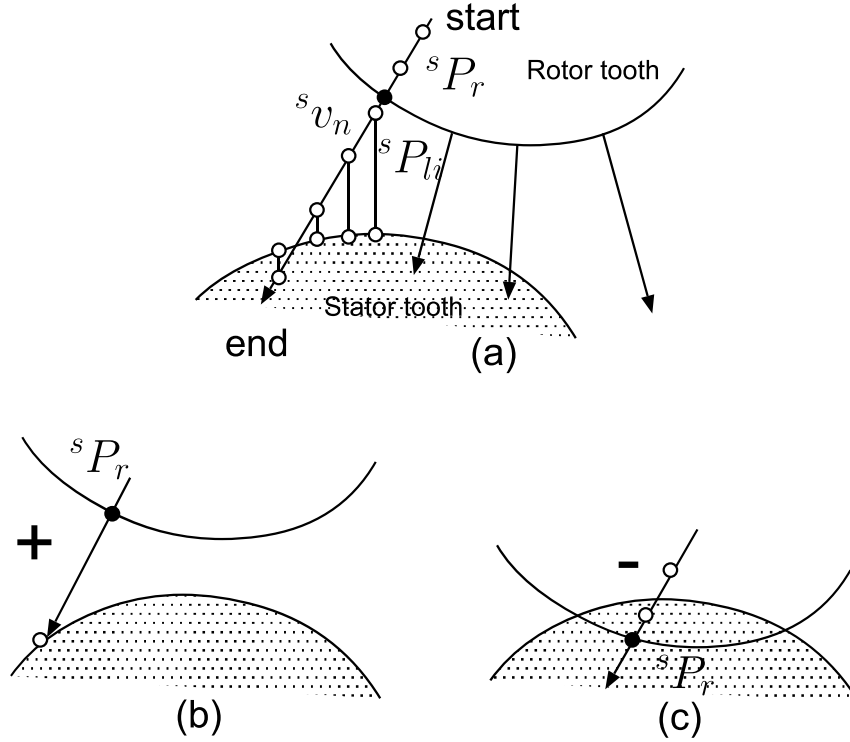


Fig. 4.6: Detecting a contact and calculating distance

となる。これを ${}^sP_r = ({}^sx_r, {}^sy_r, {}^sz_r)$ とする。以上より、 sP_r を通り、 sv_n の向きの直線上の点 ${}^sP_{li}$ を以下のようにパラメータ d で示すことができる。

$${}^sP_{li} = \frac{{}^sv_n}{|{}^sv_n|} d + {}^sP_r \quad (4.14)$$

$$= \frac{1}{|{}^sv_n|} \begin{pmatrix} v_x d + {}^sx_r \\ v_y d + {}^sy_r \\ v_z d + {}^sz_r \end{pmatrix} \quad (4.15)$$

${}^sP_{li}$ がステータ歯車の表面 sP_s と一致した d が、その sP_r からの距離となる。一つのロータ歯車に対して、 sP_r を十分多く設定して、最も最小の d をそのロータ歯車とステータ歯車の距離としている。

判定方法を Fig. 4.6 に示す。 $t < 0$ となる ${}^sP_{li}$ をロータ歯車内部の点から探索を開始する。 sv_n に沿って、ステータ歯車に向けて探索し ${}^sP_{li}$ の z 座標と、ステータ歯車の表面の z 座標を評価し、 ${}^sP_{li}$ との接触を判定する。 $d > 0$ でステータ歯車と接触なら、Fig. 4.6(b) のように、ロータ歯車とステータ歯車は非接触である。また、 $d < 0$ でステータ歯車と接触ならば、Fig. 4.6(c) のように、ロータ歯車とステータ歯車は接触している。また、接触を調査するロータ歯車とステータ歯車の歯の組み合わせを Fig. 4.7 に示す。原理上 0 番は接触しないことから調査はしない。また、傾倒中心線を堺に対象に接触しているので、半分調査すれば十分である。また、 $N_s = N + 1$ の場合の組み合わせを Fig. 4.7 に示す。

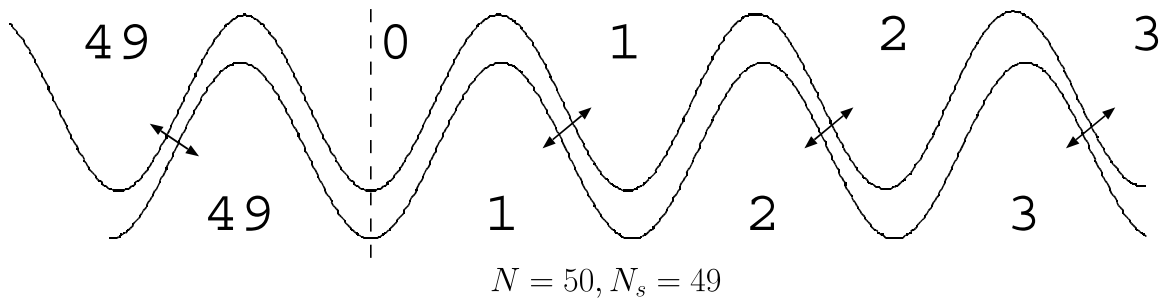


Fig. 4.7: Combinations of detecting contact

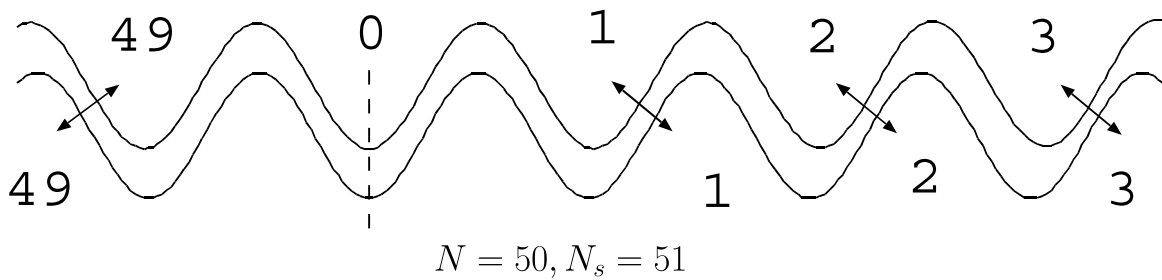


Fig. 4.8: Combinations of detecting contact

4.2.3 h と ω の算出

ロータ歯車とステータ歯車の相対位置を決める変数は Fig.3.4 の h と ω である。これについて 3 章でも述べたが、歯形を変更することによって特性が若干変化する可能性がある。この減速機は h を減少させると、自動的に ω が定まるとい性質がある。例えば、 h を十分に大きくした状態ではロータ歯車とステータ歯車は接触しないので、弾性ディスクの変形はなく、 $\omega = 0$ となる。 h を減少させると、やがてロータとステータ歯車の歯の頂点が Fig.3.4 の B で接触する。例として $N = 50$, $N_s = 49$, $n = 0.5$, $H/\rho_g = 0.14$ とした場合について Fig.4.9(a) に示す。これは外周 $0 \sim \pi$ [rad] の状態を平面に展開したものである。図中 contact と表記されているところで接触している。この状態からさらに h を減少させると、歯の接触位置を支点に出力軸の位置 G を力点とするテコの原理でロータ歯車は弾性ディスクを変形させながら傾斜する。わずかに変形したものを (b) に示す。さらに h が極小となる状態を (c) に示す。 h をこれ以上小さくすることはできない。実際には (a)(b) のとき出力軸は回転可能であるのでロータ歯車がずれて接触する場合もあるが、 h を減少するにつれ最終的には (c) の位置に収束する。ところで、 h の値が同じであるが、 ω が異なるという状態もありうる。これを Fig.4.9(b)(d) に示す。以上の ω と h の関係を Fig.4.10 に示す。ただし、縦軸を半径 ρ_g で正規化している。この曲線を接触曲線と呼ぶことにする。線より上の領域は非接触となる組み合わせであり、線より下はロータ歯車とステータ歯車の歯が食い込む状態となり、あり得ない組み合わせである。

(b)(d) の位置に h を設定すると、出力軸の負荷の変動などにより ω などの噛み合いの状態が変化する可能性がある。その結果バックラッシュが発生する原因となる。すなわち、バックラッシュを発生させないために

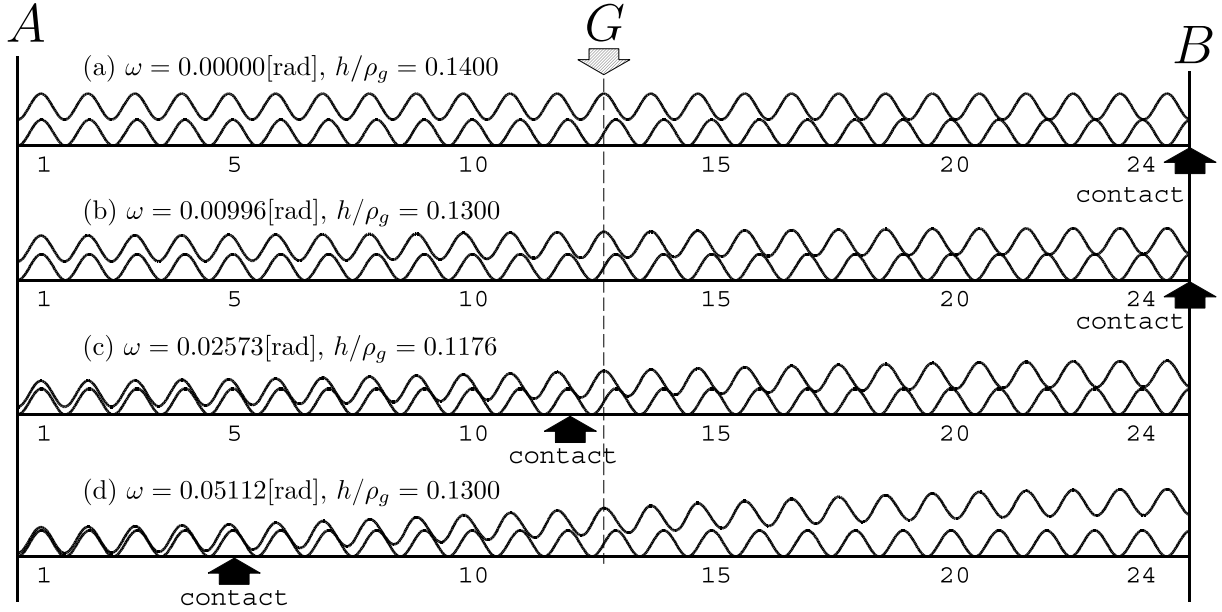


Fig. 4.9: Diagrams of the rotor declining against the stator

は接触曲線に h が極小となる点 (c) が存在し, h をその状態に設定する必要がある.

4.2.4 圧力角

Fig.4.1 や Fig.4.2 に示すように, この減速機は楔のように歯が押し込まれて回転させる力 F_r を発生させている. F と F_r の関係は接触点での角度 β に依存する. β をこの減速機の圧力角と呼ぶことにする. F を接触点での接線方向と法線方向に分解した力の大きさをそれぞれ f_s , f_n とし, これを Fig.4.11 に示す. また, ステータ歯車とロータ歯車の静止摩擦係数を μ とする. この減速機が起動する条件は

$$f_s - \mu f_n > 0 \quad (4.16)$$

となる. f_s , f_n を β を用いて示すと

$$\cos \beta - \mu \sin \beta > 0 \quad (4.17)$$

となる. すなわち, 減速機が動作するかどうかは歯の形状と摩擦状態に依存する. 例えば, $\mu = 0.52$ (鉄, 無潤滑) であったとすると, $\beta = 62.5\text{deg}$ 未満にする必要がある. なお, Fig.4.11 に示すように, 圧力角は接触点での sP_s の接線ベクトルから求められる.

4.2.5 相対曲率と面圧

一般的に歯面の接触部の応力を求めるためにヘルツの弾性接触理論が用いられる. これを式 (5.41) に示す.

$$\sigma_{H0} = Z_e \sqrt{\frac{f_n}{b} \left(\frac{1}{\rho} \right)} \quad (4.18)$$

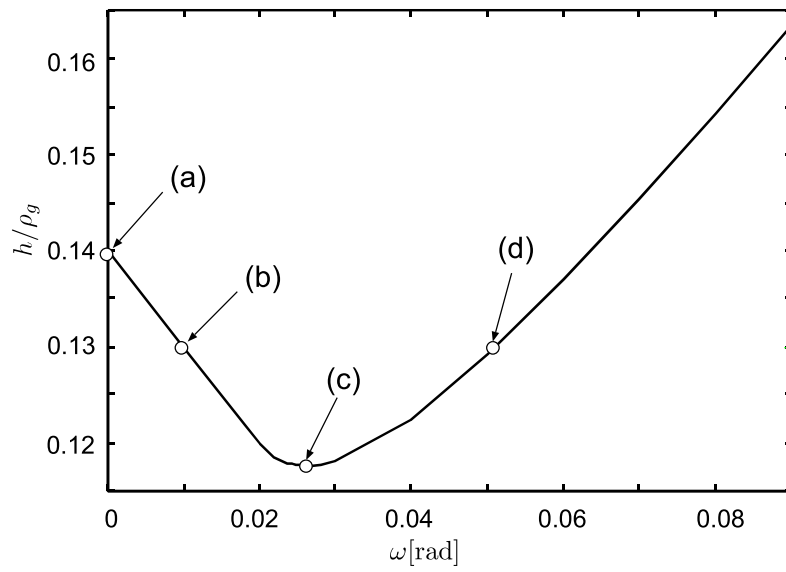


Fig. 4.10: Calculated contact distribution of ω and h/ρ_g in case of $N = 50$, $N_S = 49$, $n = 0.5$ and $H = 0.14\rho_g$

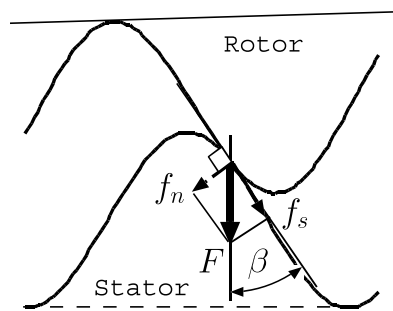


Fig. 4.11: Model of friction force

Table 4.1: Calculated results against H/ρ_g in case of $N = 50$ and $N_s = 49$

H/ρ_g	ω [rad]	ω [deg]	β [deg]	σ
0.028	0.00499	0.286	76.6	2.30
0.056	0.01003	0.575	64.5	3.95
0.084	0.01515	0.868	52.7	4.57
0.112	0.02037	1.167	44.4	4.68
0.140	0.02573	1.474	38.0	4.45
0.168	0.03285	1.882	31.6	3.75
0.196	0.03858	2.210	27.8	3.36
0.224	0.04435	2.541	24.8	3.01
0.252	0.05168	2.961	21.7	2.46
0.280	0.05694	3.263	19.9	2.23

$$= Z_e \sqrt{\frac{F}{b} \left(\frac{\cos \beta}{\rho} \right)} \quad (4.19)$$

$$(4.20)$$

Z_e は材料に依存する定数, b は歯幅, ρ は接触点での 2 つの物体の相対曲率半径である. 同じ f_n が加わっている場合, 同じ歯幅 b であるならば, 応力は ρ に依存するということを示している. 過度な応力が発生しない形状にする必要がある. 接触点でのステータ歯車の曲率半径を ρ_s とすると ρ は

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_t} + \frac{1}{\rho_s} \quad (4.21)$$

と示すことができる. また, $\sigma = \sqrt{\rho_g \cos \beta / \rho}$ とすると,

$$\sigma_{H0} = Z_e \sqrt{\frac{F}{b \rho_g}} \sigma \quad (4.22)$$

となる. b, F, ρ_g, Z_e を一定として, σ を評価対象とする.

4.3 歯形のパラメータの検討

式 (4.3)(4.4) より, 歯たけを示すパラメータ n, H を設定することにより歯形は定まる. 本章ではまず代表例としてロータ歯車ステータ歯車ともに同じ歯たけとし $n = 0.5$ とする. H は探索することにする. また, 探索するにあたり評価する項目を以下に示す.

1. 傾斜角度 ω : 主に振動などに影響する.
2. 圧力角 β : 主に動作の可否などに影響する.

なお, これらは優先順位の高い順に示しており, 全て小さいことが望ましい. 以下に探索して得られた結果を $N = 50, N_s = 49$ (順方向) の場合を Table 4.1 に, $N = 50, N_s = 51$ (逆方向) の場合を Table 4.2 に示

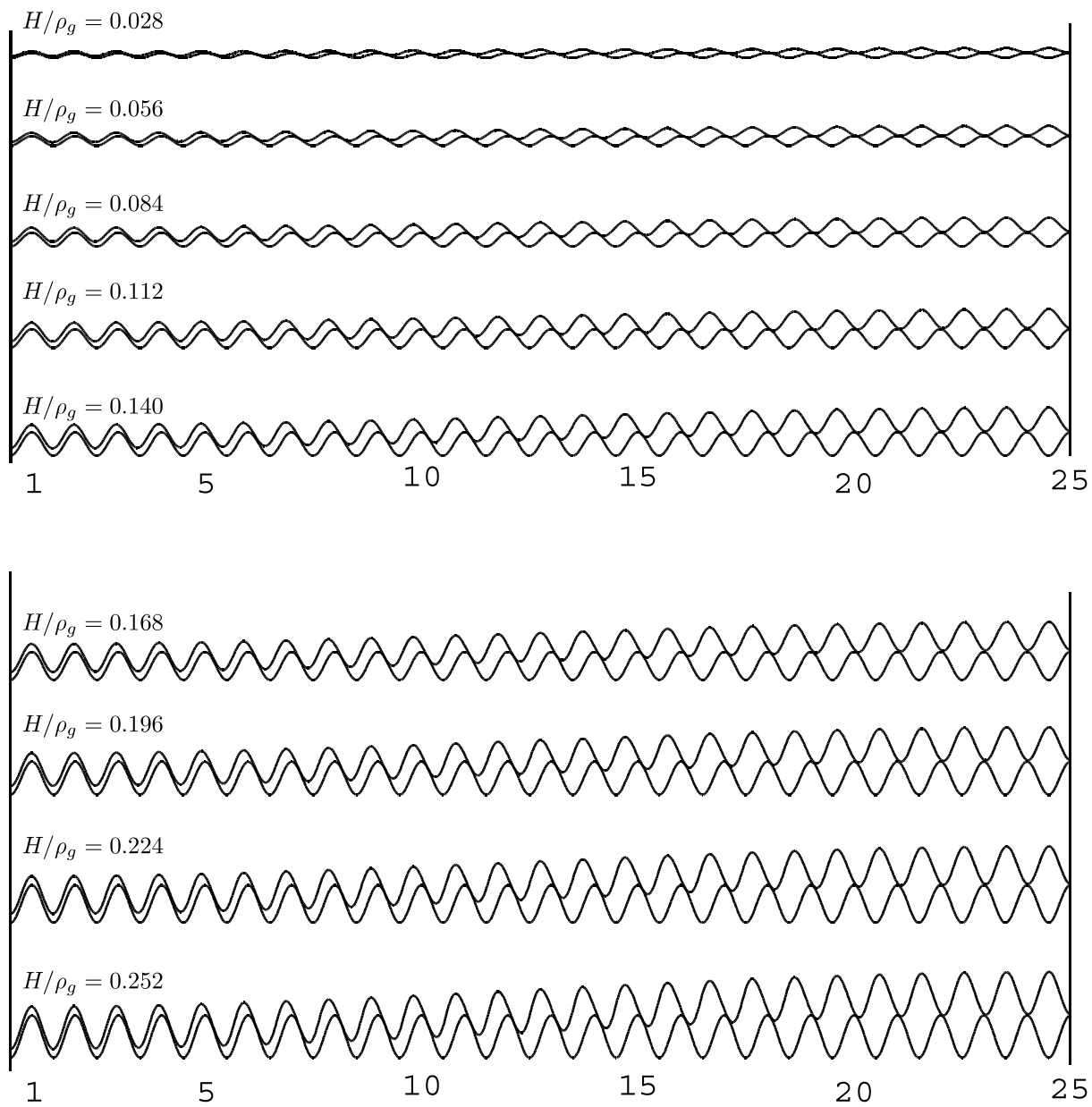


Fig. 4.12: Engagement of rotor and stator on condition that $N_s = 49$, $n = 0.5$

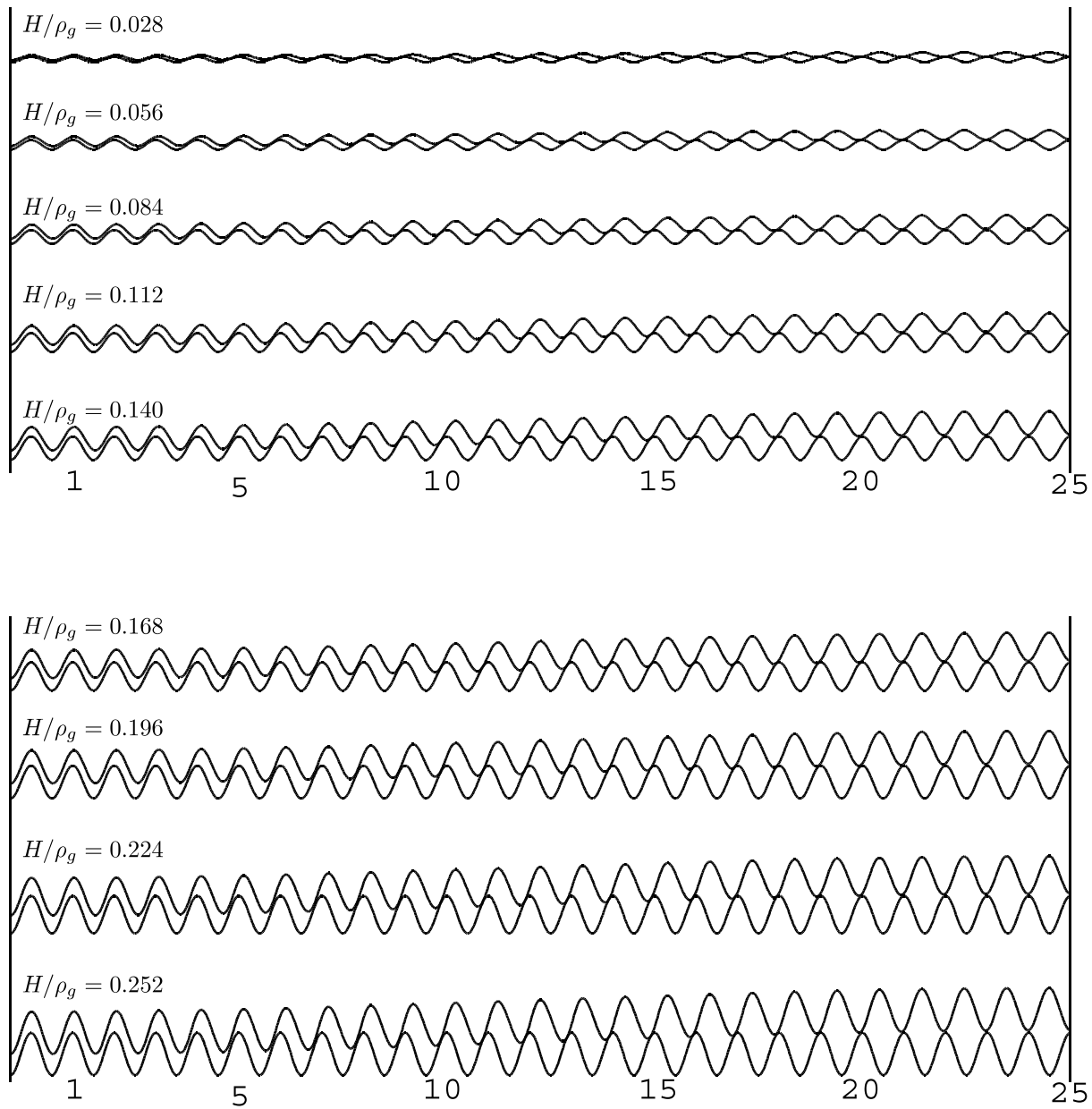


Fig. 4.13: Engagement of rotor and stator on condition that $N_s = 51$, $n = 0.5$

Table 4.2: Calculated results against H/ρ_g in case of $N = 50$ and $N_s = 51$

H/ρ_g	ω [rad]	ω [deg]	β [deg]	σ
0.028	0.00491	0.281	75.6	2.36
0.056	0.00976	0.559	64.2	4.09
0.084	0.01451	0.831	54.3	4.99
0.112	0.01912	1.095	46.4	5.32
0.140	0.02354	1.349	38.4	4.96
0.168	0.02579	1.478	35.5	5.20
0.196	0.02930	1.679	31.9	5.03
0.224	0.03245	1.859	31.0	5.39
0.252	0.03526	2.020	28.6	5.26
0.280	0.03493	2.001	26.5	5.07

す。なお、 H は ρ_g で正規化している。二つの表を見比べると、順方向が圧力角 β で有利、逆方向が傾斜角度 ω で有利である。また、 H に対し、 ω は増加、 β は減少する傾向があるので、 ω と β を同時に小さくすることはできない。よって、設計者が状況に応じて、適切に選択する必要がある。

また、 n と H の両方を変化させた場合についても数値計算を行い調査した。Fig. 4.14 と Fig. 4.15 に示す。左側 (1)(3)(5)(7) は 3 次元にプロットである。右側 (2)(4)(6)(7) はこれを等高線表示にしたものである。上から ω 、 β 、参考として σ と歯間距離 (片側 25 枚) d の総和をプロットしている。これによると、 $N_s = 51$ では概ね滑らかに遷移するが、Fig. 4.14(3)~(6) で不連続な領域が発生している。Fig. 4.14(4) で $\beta = 90[\text{deg}]$ の領域では圧力角が大きすぎて減速機として動作しない。例えば、 $n = 0.3, H/\rho_g = 0.252$ での噛み合わせを Fig.4.16 に示す。この図では、 B 点付近で歯先同士が向かい合って接触している。この領域と動作に適した $\beta = 20 \sim 40$ の領域が接している。ある領域付近の点 $n = 0.3, H/\rho_g = 0.209$ での噛み合わせを Fig.4.18 に示す。これによると、複数の歯が接触に近い状態となる。また、この付近は Fig. 4.14(8) にもあるように、歯間距離が小さい組み合わせでもある。この組み合わせでの各歯間距離を Fig. 4.14 に示す。これによると、すべての歯間距離が 0.06 未満となっている。例えば、 $\rho_g = 50$ で試作したばあい、 $d < 0.003[\text{mm}]$ となる。一般的なマシニングセンタの仕様上の加工限界精度 0.001[mm] であるので、加工誤差に近い値となる。

4.4 設計例の検討と評価

今までの十数台の試作を重ねて得られた知見から、振動を抑えるため $\omega < 0.04[\text{rad}]$ とし、また、起動を容易にするため $\beta < 40\text{deg}$ の条件で選ぶことにした。また、入出力の回転方向は任意に選ぶことができるが、今回は順方向とする。以上より、Table4.1 を参考に設計した減速機のパラメータは $N = 50, N_s = 49, H/\rho_g = 0.173$ とした。評価項目の計算結果は $\omega = 0.03381[\text{rad}]$, $\beta = 30.9\text{deg}$, $\sigma\sqrt{\rho_g} = 3.68$ とした。この設計について以下の検討と評価を行う。

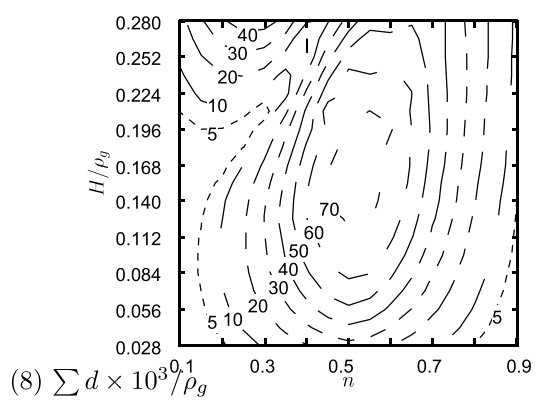
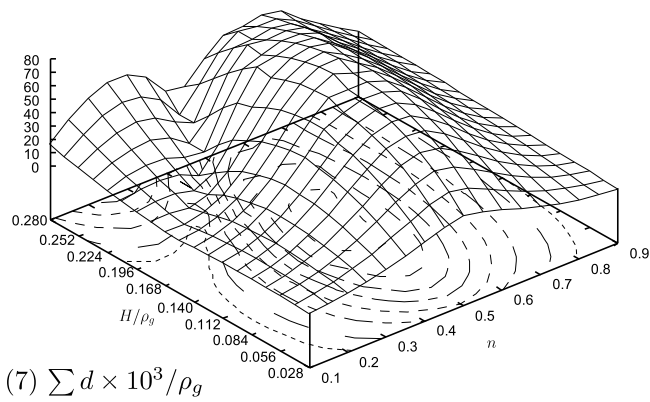
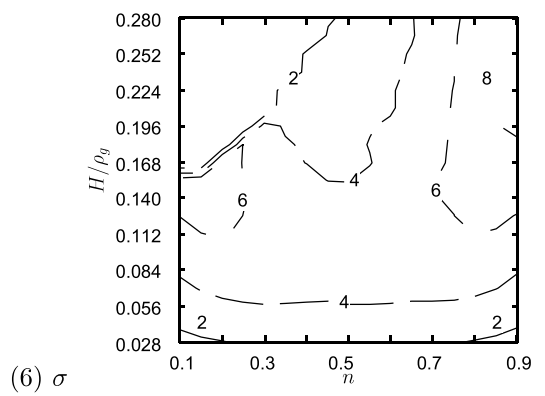
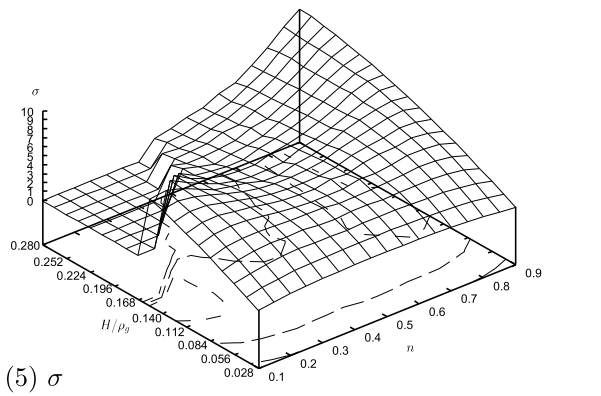
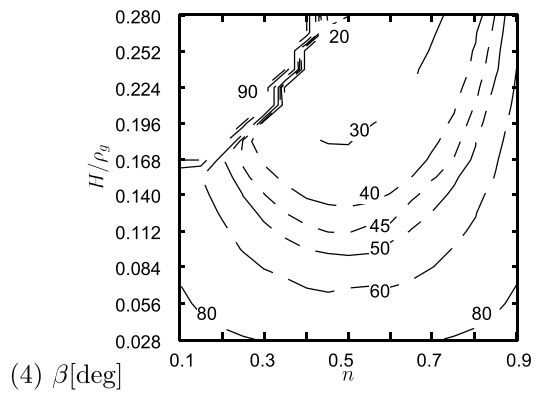
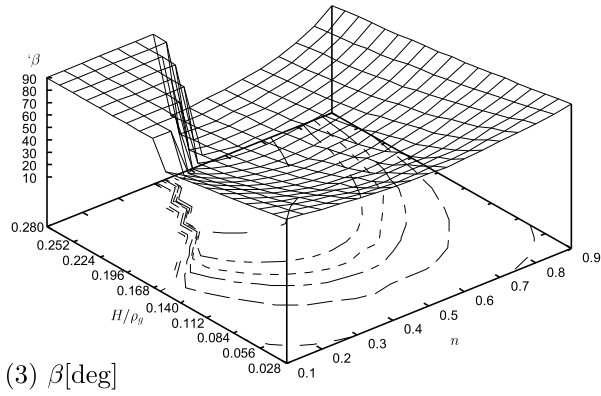
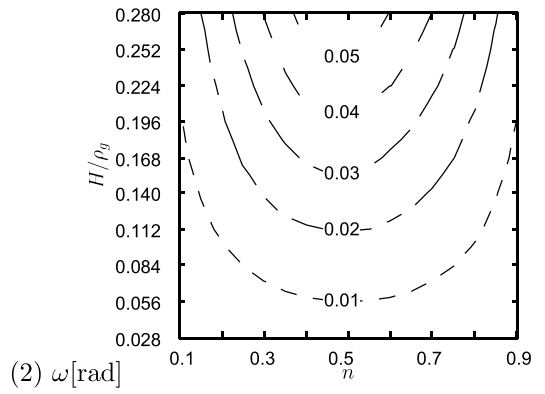
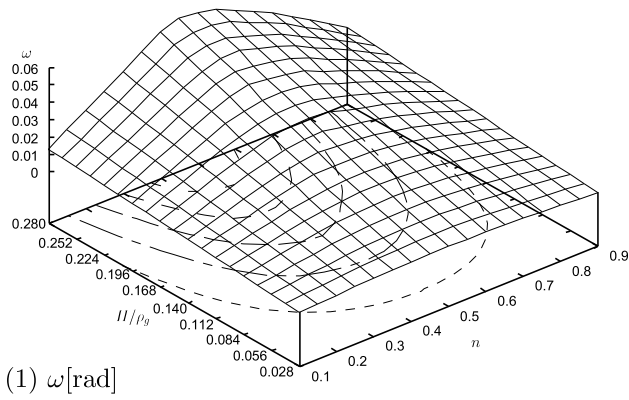


Fig. 4.14: Parameters against n and H/ρ_g on condition that $N_s = 49$

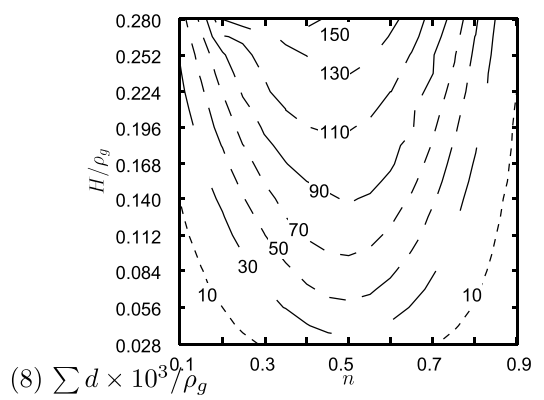
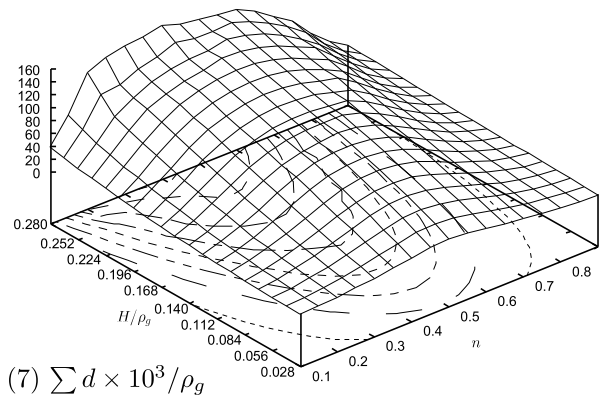
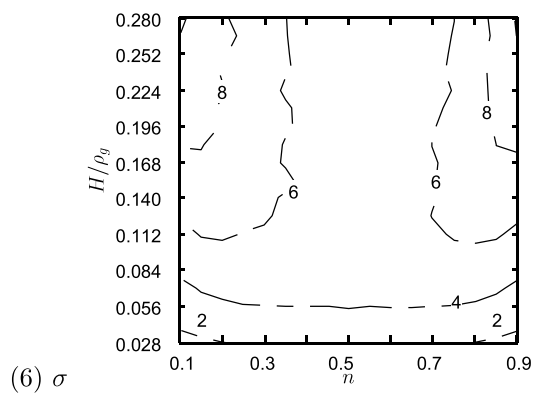
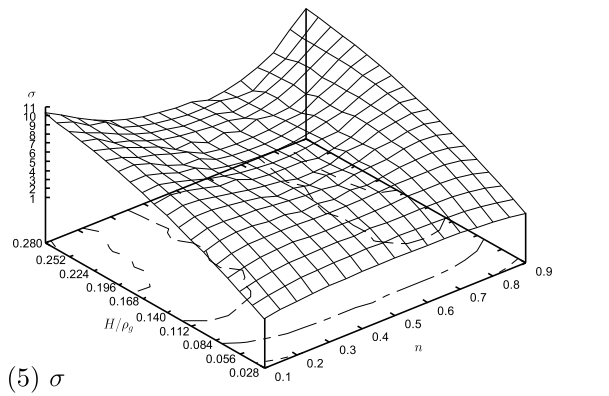
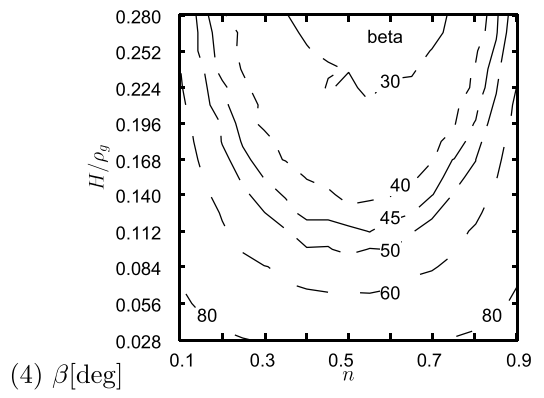
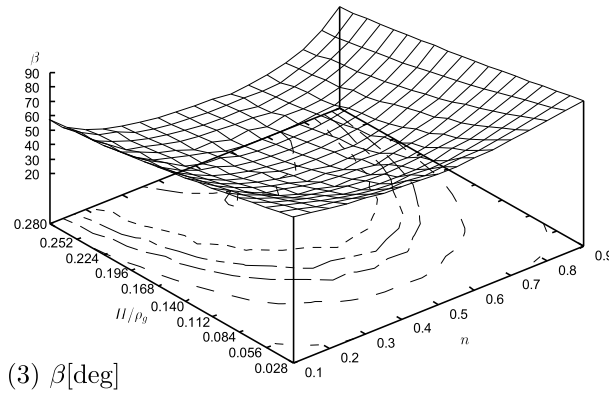
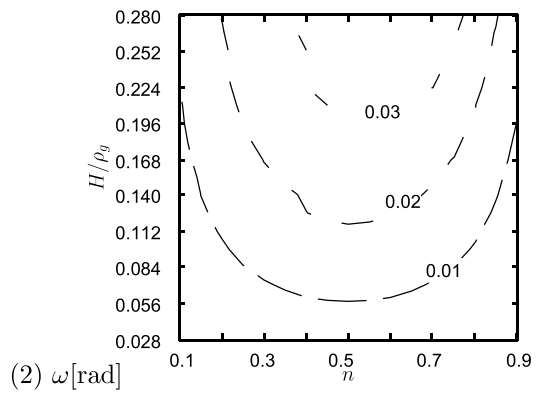
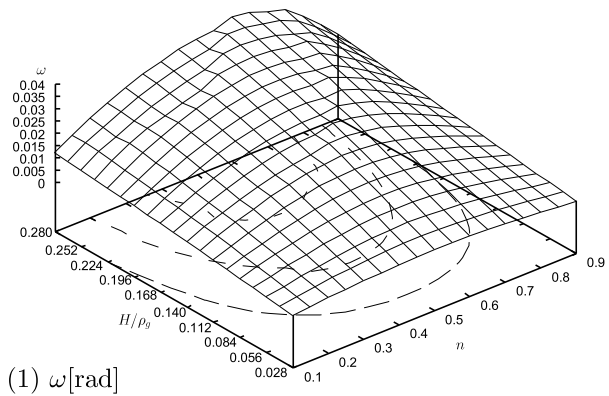


Fig. 4.15: Parameters against n and H/ρ_g on condition that $N_s = 51$

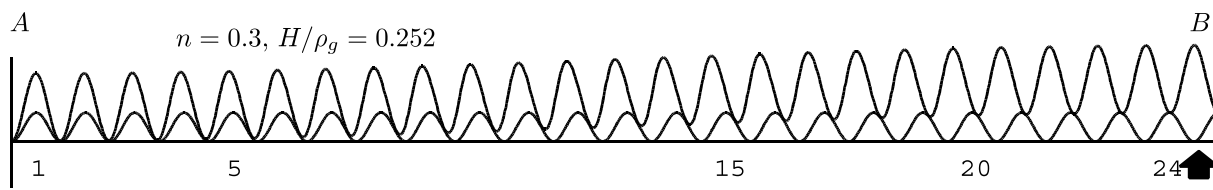


Fig. 4.16: Example of engagement ($\beta = 0$)

4.4.1 線接触の検討

ステータ歯車とロータ歯車の噛み合わせを 3DCAD で表現したものを Fig.4.20 に示す。これは 3DCAD でパラメータ通りに組み合わせ、CAD に含まれる干渉確認機能で接触状態を表示したものである。線分 AB を対称に破線で囲まれた 2ヶ所で線接触している様子が示されている。また、Fig.4.21 に外周を ρ_g 、内周を $0.75\rho_g$ として、それぞれの歯間距離 d を数値計算で求めたものを示す。なお、0 番目は Fig.5.1 の A、25 番目は B の位置にあるロータ歯車の歯とステータ歯車との距離を示している。これによると内外共に 12 番目の歯で接触している。さらに、内側から外側の間の数点についても同様に検証したが、すべて 12 番目の歯で接触している。以上より、提案した式 (4.5)(4.6) の歯面は線接触を実現できると考えている。

4.4.2 数値計算による入出力角度の直線性の検証

減速機の入出力角度の関係が直線 ($\theta_o = \theta_i/N$) になっているか検討する。入力軸と Fig.5.1 の線分 AB は一体となって入力軸周りに回転する。これらがステータ歯車の歯 1 枚分の角度 ($2\pi/N_s[\text{rad}]$) 回転すると、線分 AB を基準とするロータ歯車とステータ歯車の噛み合いは変化する前と同じ状態となる。すなわち噛み合いには周期性があるので、入力軸 θ_i の角度変化 $0 \sim 2\pi/N_s[\text{rad}]$ における出力角度 θ_o の関係を調査すれば十分である。

入力軸が θ_i 回転した場合の様子を Fig.4.22 に示す。 θ_i に対する θ_o の候補を複数用意し、それぞれの接触状態を計算し、ロータ歯車とステータ歯車の歯の干渉量の総和を求める。干渉量が最少となる θ_o が実際の出力軸角度であると推測する。これを理論値と比較する。A を基準とし、 Z_s 軸周りに $0 \sim \pi$ の範囲の干渉量の総和を d_p 、 $-\pi \sim 0$ では d_m とする。これらを式 (4.23)(4.24) に示す。なお、どちらも ρ_g で正規化している。

$$d_p = \sum_{i=0}^{25} \frac{d_i}{\rho_g} \quad (4.23)$$

$$d_m = \sum_{i=-25}^0 \frac{d_i}{\rho_g} \quad (4.24)$$

調査対象となる θ_i の角度変化 $0 \sim 2\pi/N_s[\text{rad}]$ における中間の角度 $\theta_i = \pi/N_s[\text{rad}]$ の場合について検討する。 $N_s = 49$ であるので、理想的な出力角度は $\theta_o = 1.282 \times 10^{-3}[\text{rad}]$ となる。これを含む 7 つの θ_o の

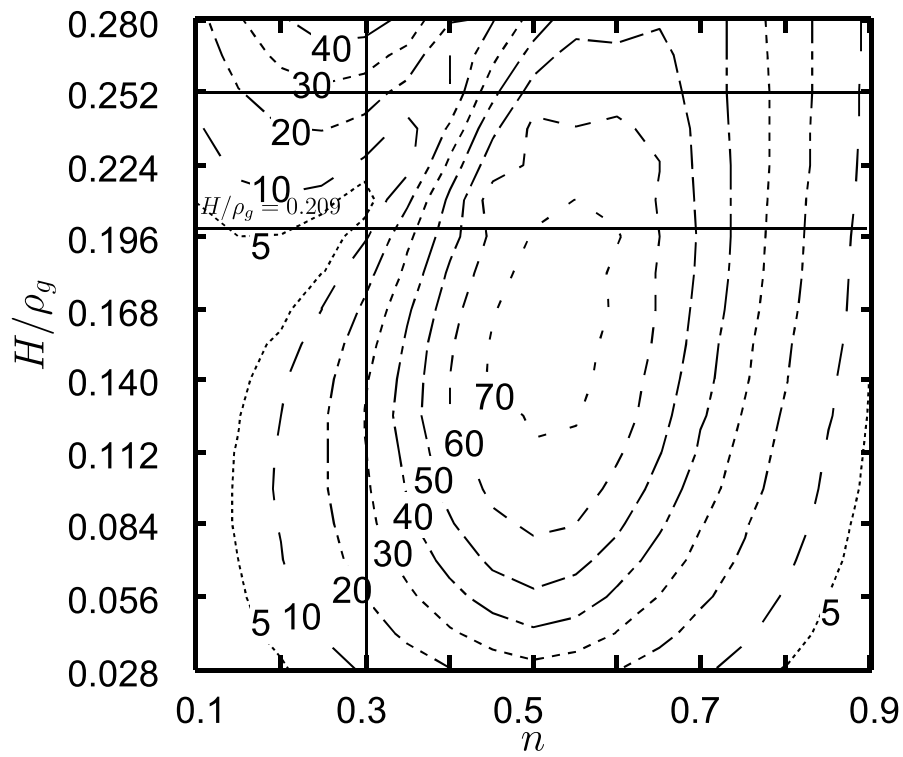
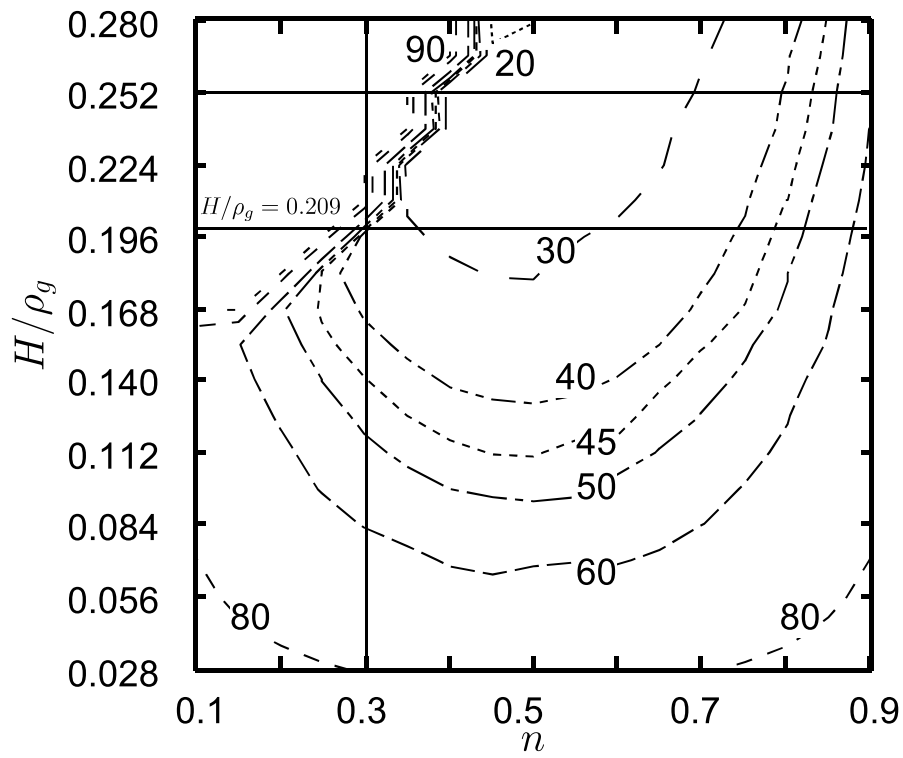


Fig. 4.17: Example of engagement

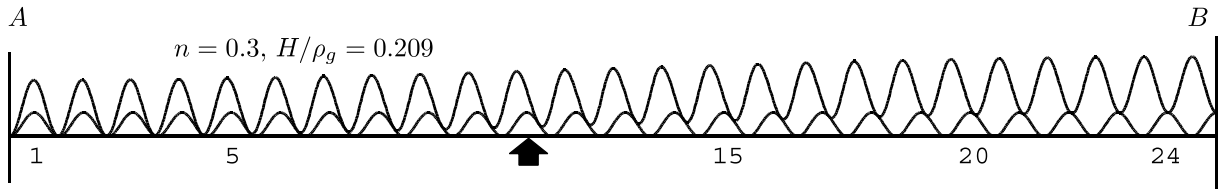


Fig. 4.18: Example of engagement

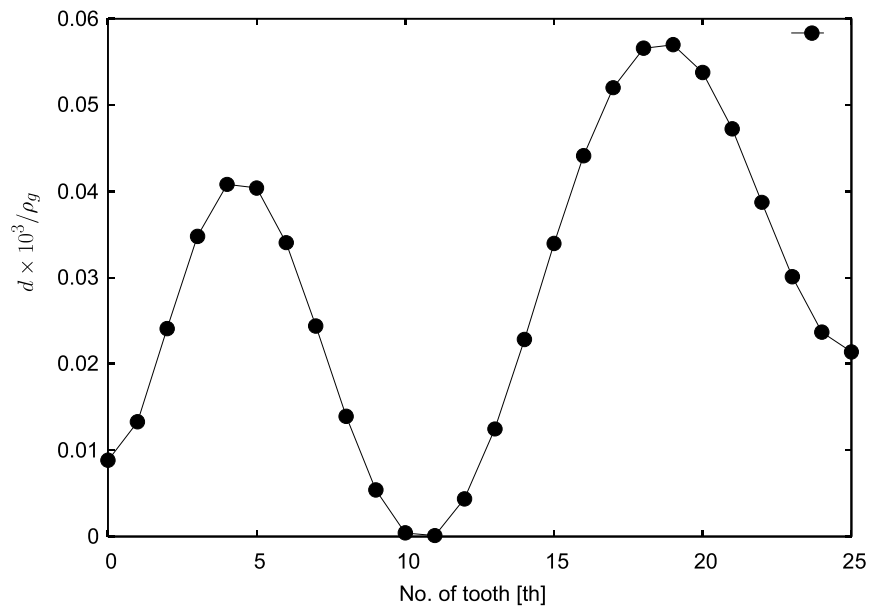


Fig. 4.19: Distance of tooth between rotor and stator in case of $n = 0.3, H/\rho_g = 0.209$

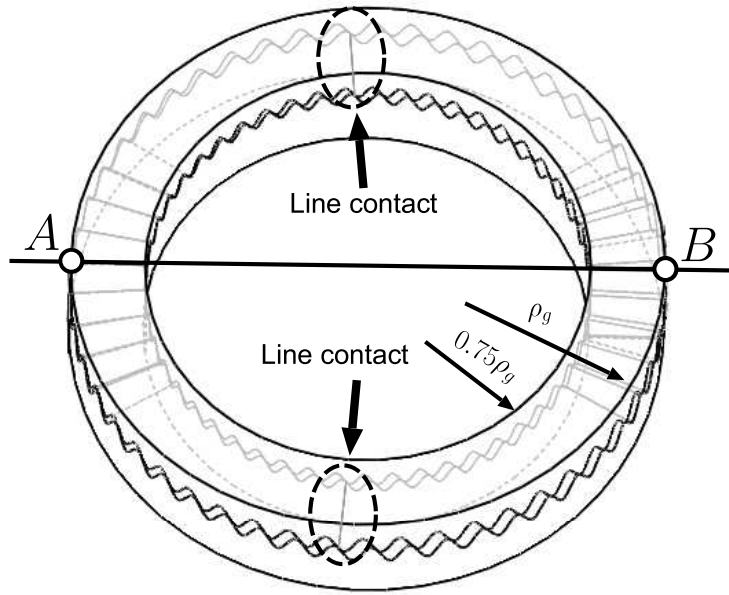


Fig. 4.20: Example of engagement with line contacts

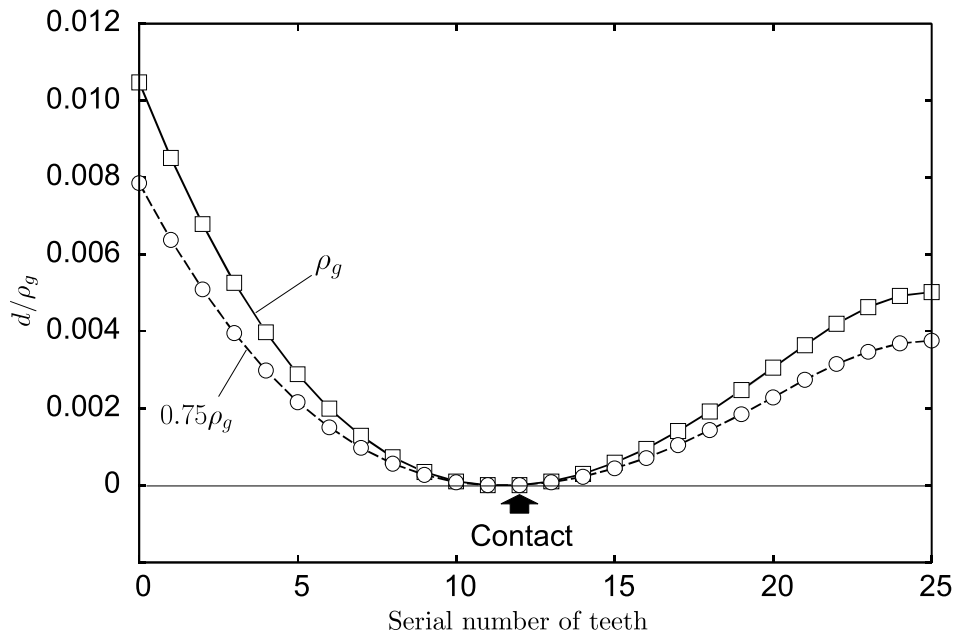


Fig. 4.21: Distance of tooth between stator and rotor

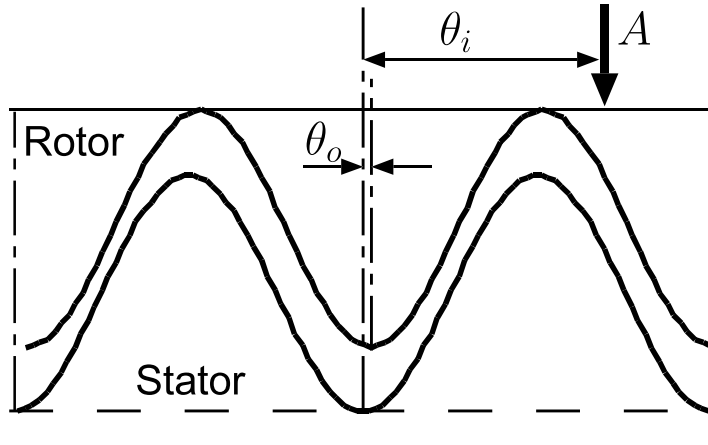


Fig. 4.22: Relationship of the rotor and the stator

Table 4.3: Calculated results deformation of the teeth in case of $\theta_i = \pi/49[\text{rad}]$

$\theta_o[\text{rad}]$ $\times 10^{-3}$	d_p $\times 10^{-3}$	d_m $\times 10^{-3}$	$ d_p - d_m $ $\times 10^{-3}$
1.154	0.265	0.000	0.265
1.205	0.131	0.000	0.131
1.257	0.036	0.000	0.036
1.282	0.014	0.014	0.000
1.308	0.000	0.036	0.036
1.359	0.000	0.131	0.131
1.411	0.000	0.265	0.265

候補の干渉量を Table 4.3 に示す。例えば $\theta_o = 1.154 \times 10^{-3} \text{rad}$ の場合、 $0 \sim \pi$ の範囲 (d_p) で干渉が生じ、 $-\pi \sim 0$ の範囲 (d_m) では干渉していないことを示す。Fig.4.1 の噛み合いを考慮すると、 θ_o を正方向へ回転させる弾性力が存在すると推測できる。また、 $\theta_o = 1.411 \times 10^{-3} [\text{rad}]$ の場合も同様に負方向へ回転させる弾性力の存在が推測できる。総合的な弾性力は相殺され、 $|d_p - d_m|$ が最小となる θ_o が実際の角度であると推測できる。つまり、Table 4.3 では $\theta_o = 1.282 \times 10^{-3} [\text{rad}]$ が実際の角度であると思われる。また、この結果は理論値と一致する。さらに θ_i を $0 \sim 2\pi/N_s$ の範囲で変化させ、同様の計算を行ったが誤差は全く発生しなかった。以上より数値計算上、入出力角度の直線性は保たれている。

4.4.3 試作と評価

設計例で示したパラメータを基に $\rho_g = 50[\text{mm}]$ として試作した減速機を Fig.4.23 に示す。ロータ歯車の材質はポリアセタール、ステータ歯車の材質はアクリルである。弾性ディスクはバネ用りん青銅、厚さ $0.4[\text{mm}]$ で製作した。試作の減速機はバックドライブ可能であることを確認している。

提案する機構のバックラッシュはきわめて小さいことから、それを直接計測するのは困難である。そこで代

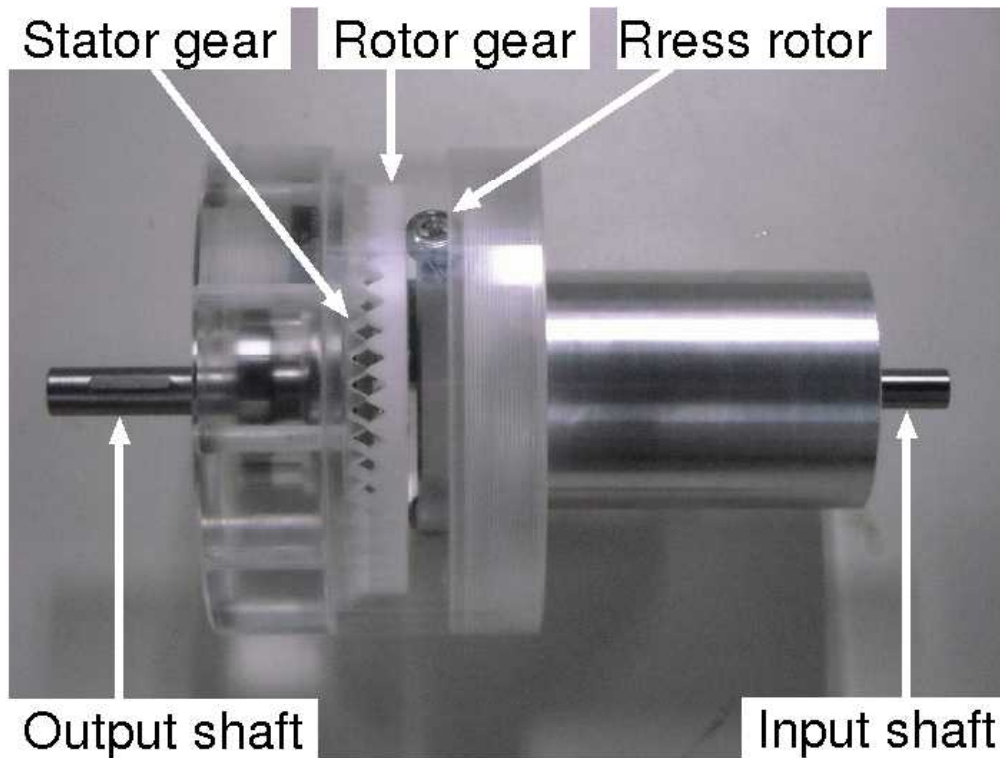


Fig. 4.23: Prototype of the reducer

わりにロストモーションを計測する．なお，一般的にロストモーションよりバックラッシの方が小さいので，ロストモーションが十分に小さければバックラッシも小さい．また，同時に起動トルクが実用的に小さい必要があるので，本研究では起動トルクに対するロストモーションを計測する．計測方法は以下のとおりである．(1) 出力軸に 50[mNm] の負荷を加える．(2) 負荷を除き，回転センサの値 θ_a を計測する．(3) 出力軸に (1) と反対方向に 50[mNm] の負荷を加える．(4) 負荷を除き，回転センサの値 θ_b を計測する．計測装置を Fig.4.24, Fig.5.30 に示す．出力軸に非接触エンコーダ (Renishaw-RESM20USA057) を取り付けている．これと専用のリードヘッド (Renishaw-Ti0400E20A) の組み合わせにより，分解能 0.0001[deg] の角度検出が可能である．また，出力軸にトルク検出器 (小野測器 SS-500)，入力軸にトルク検出器 (小野測器 SS-050) を取り付け，加える負荷の計測を行っている．計測結果を Fig.4.26 に示す．この図において起動トルク 18[mNm] に対し，ロストモーションは 0.0013[deg] となった．

一般的に角度伝達誤差 e は式 (4.25) で定義される．

$$e = \theta_o - \frac{\theta_i}{N} \quad (4.25)$$

入力軸側にも同じ非接触のエンコーダを取り付け，入力側を半回転させたときの入出力角度を計測し，伝達誤差を算出した．結果を Fig.4.27 に示す．これによると角度伝達誤差の最大と最小の差は 0.469[deg] となった．これに対し，試作減速機と同じ程度の直径，同じ減速比であるハーモニックドライブの CSG/CSF32-50 のカタログでは約 0.016[deg] 以下となっている．これと比較して約 29 倍の大きな誤差が発生している．試作した減速機では同時に噛み合う歯は 2 枚 (4%) であるのに対し，波動減速機では約 30% の歯が同時に噛

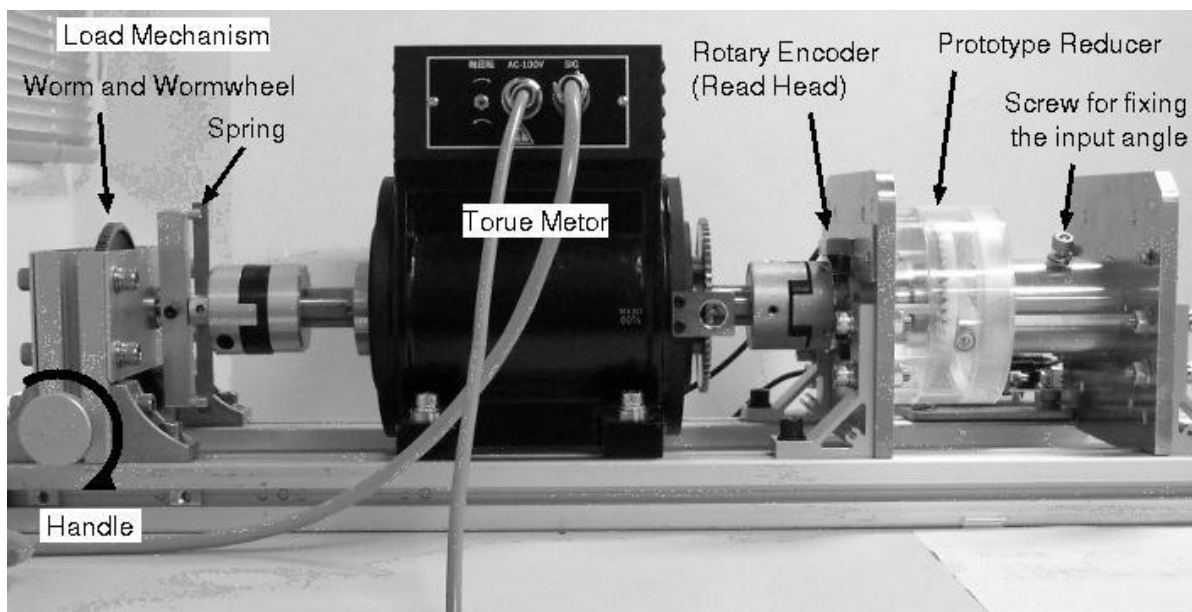


Fig. 4.24: Overview of apparatus for load motion

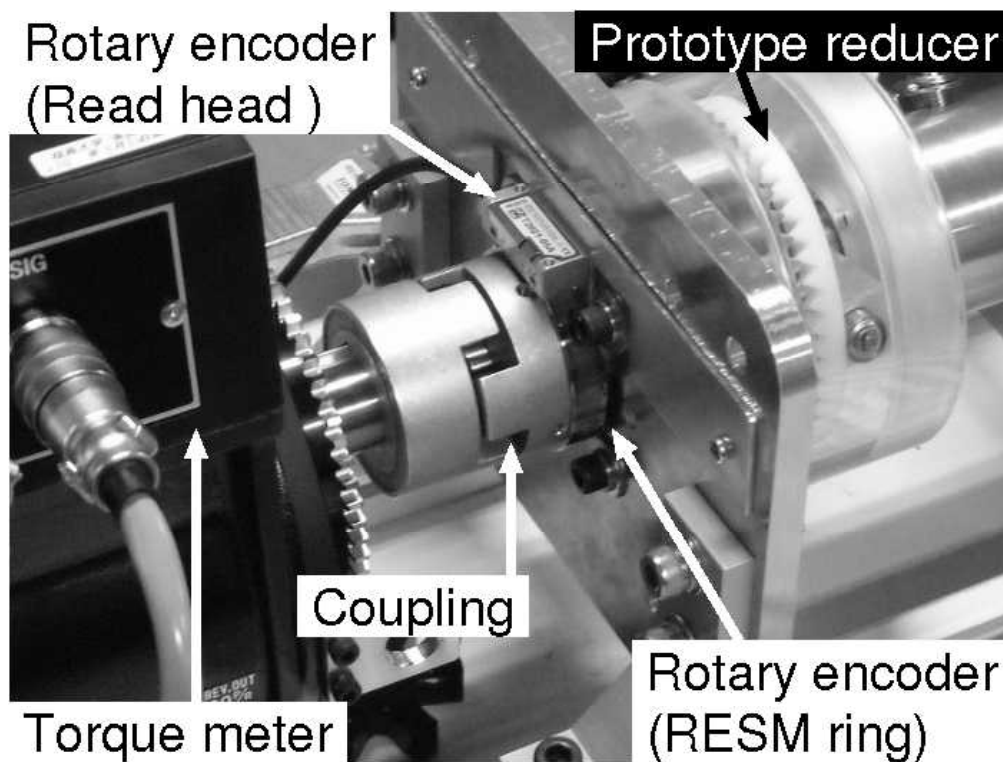


Fig. 4.25: Experimental apparatus for load motion

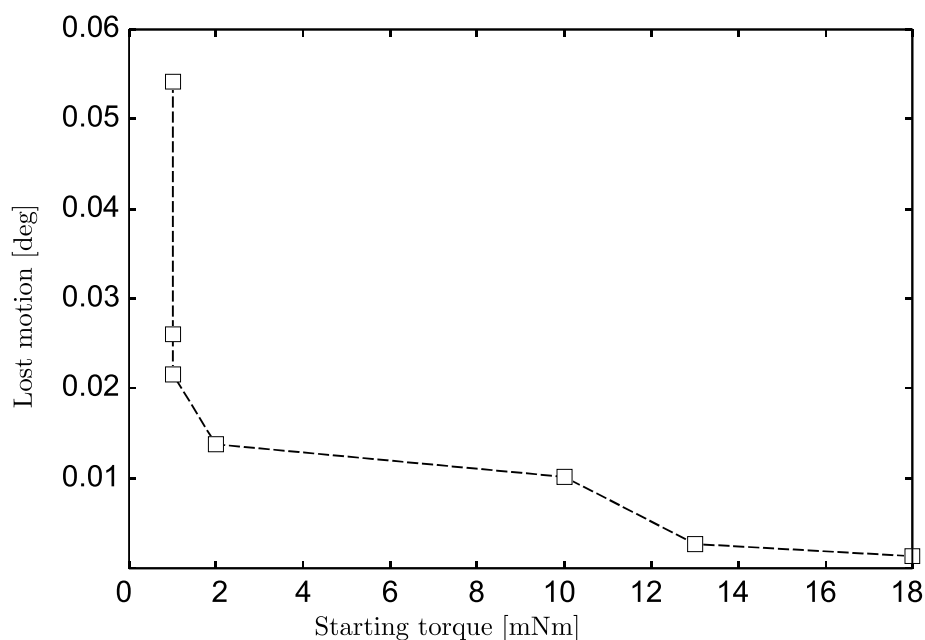


Fig. 4.26: Lost motion against the starting torque

み合っている。同時に噛み合う歯数が多いと、ロータ歯車は安定して動作すると思われる。高精度の角度伝達を実現する方法の一つであると考えている。

4.5 おわりに

本章では、摩擦を防ぐために曲面で接触できる波形歯について提案した。波形歯の接触状態を数値計算で求め、この関係から弾性ディスクが傾斜する原理を述べた。三角関数歯の形状をパラメータ n, H で表現し、これを变化させたときの傾斜角と圧力角の傾向を示した。傾斜角は振動に影響し、圧力角は減速機の起動に影響する。また、多数の歯が極めて接触に近い状態の歯形のパラメータ n, H を探索したが、理論的には2枚の歯のみの噛み合いである。上記の検討から得られたパラメータ n, H を基に減速機の試作をし、ロストモーション、角度伝達誤差を計測した。提案した波形歯でも低バックラッシュを実現できることを示した。一方、従来の波動減速機と比較して、試作機は角度伝達誤差が極端に大きい。これは同時に噛み合う枚数を増加させることにより改善されようと考えている。同時に噛み合う歯の枚数が多数となるパラメータを探索で求めるのはこれ以上は困難であると思われる。新しい歯形的设计方法を考案する必要がある。

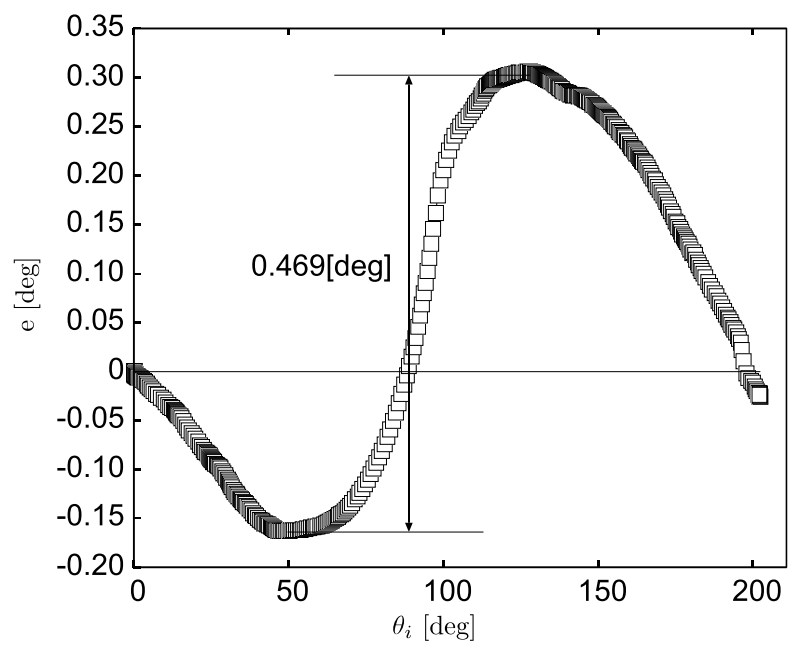


Fig. 4.27: Transmission error against the input angle

第5章 円形歯による歯形の創成

5.1 はじめに

4章では波形歯を用いた線接触できる歯形の設計方法を提案した。また、数値計算上は、複数の歯が同時に噛み合う状態に近いパラメータを探索することができた。しかしながら、結局のところ理論的に噛み合う歯の枚数は2枚である。あらかじめロータ歯車とステータ歯車の歯形を定めてから探索するという手順では理論的な多数接触は困難である。試作した減速機の角度伝達誤差は従来の波動減速機の誤差と比較して約29倍も大きい。波動減速機は同時に噛み合う歯の枚数が多く、ロータ歯車の姿勢が安定していることにより、高精度を実現していると考えた。また、同時に噛み合う枚数が複数あれば、減速機の出力トルク、寿命などの性能を向上させることができる。

そこで本章では、理論的に複数の歯が同時に噛み合う歯形を設計できる手法を提案する。また、動作できるパラメータを設定し、設計と試作を行う。最後に試作した減速機の評価を行った。

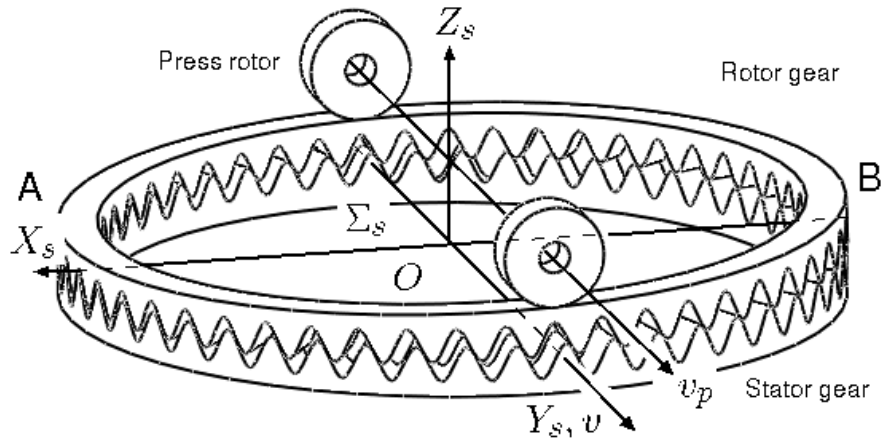
5.2 減速機のモデル

5.2.1 章動する減速機のモデル

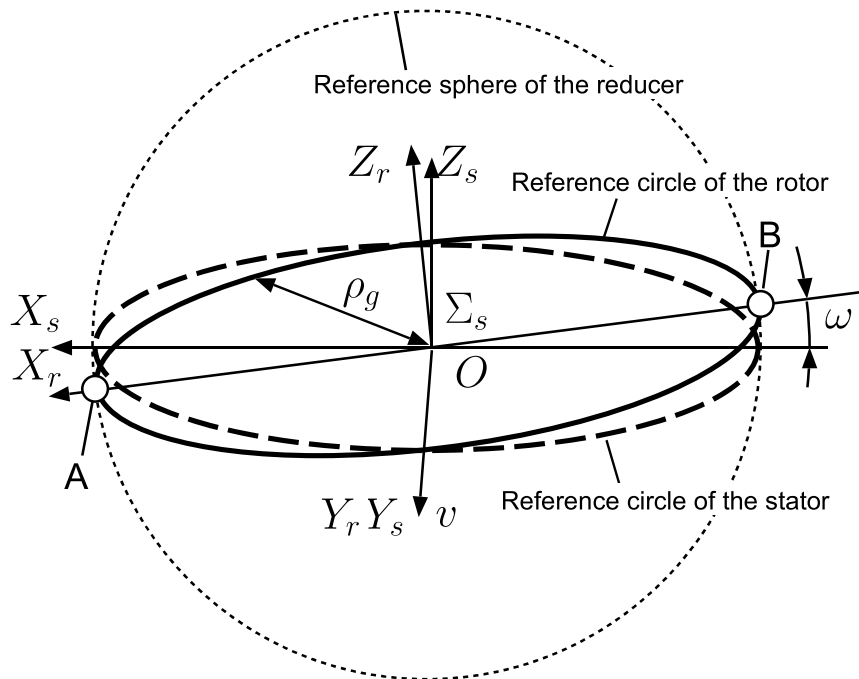
この減速機のロータ歯車は Fig. 2.7 のように傾斜してステータ歯車と噛み合う。この歯の噛み合いについてモデルを用いて説明する。Fig. 5.1 に提案する機構の幾何学的関係を示す。Fig. 5.1(a) は入力軸に取り付けられているの軸のベクトル v_p と、ステータ歯車に固定された座標系 Σ_s との関係を示している。また、 v_p を $X_s - Y_s$ 平面に写像したベクトルを v とする。なお、Fig. 5.1(a) では簡単のため $\theta_i = 0, \theta_o = 0$ とし、 v と Y_s が一致している場合を示している。Fig. 5.1(b) にステータ歯車とロータ歯車の関係を示す。これも v と Y_s が一致している。実線円はロータ歯車の参照円、破線円はステータ歯車の参照円、どちらも半径を ρ_g とする。ロータ歯車に固定された座標系を Σ_r とする。たつの座標系の原点は一致し、これを O とする。また、 O を中心とし、半径を ρ_g とする点線で示した球面を参照球面とする。

このとき、ロータ歯車は v 周りに角度 ω だけ傾き、傾倒中心線 AB は入力軸の角度 θ_i と共に変化する。 Σ_r から見たロータ歯車歯車の表面の点を ${}^r P_r$ とし、 Σ_s から見たロータ歯車歯車の表面の点を ${}^s P_r$ とするとこれらの関係は、

$${}^s P_r = R_z(\theta_o) R_L(v, \omega) {}^r P_r \quad (5.1)$$



(a) Alignment of press rotor and stator gears



(b) Model of the rotor and stator gears alignment

Fig. 5.1: Model of the rotor and stator gears alignment

となる。ただし、 $R_z(\theta_o)$ は Z_s 周りの回転行列である。これを式 (5.2) に示す。

$$R_z(\theta_o) = \begin{pmatrix} C_o & -S_o & 0 \\ S_o & C_o & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (5.2)$$

なお、 $C_o = \cos \theta_o$ 、 $S_o = \sin \theta_o$ と略記している。また、 $R_L(v, \omega)$ は Fig. 5.2(a) と Fig. 5.2(b) で示されるベクトル v 周りに ω 回転させる回転行列であり、一般的に有限回転の式 (ロドリグの回転公式) から、式 (5.3) で示される。

$$R_L(v, \omega) = C_\omega I + (1 - C_\omega)v {}^t v + S_\omega A_v \quad (5.3)$$

I は 3×3 の単位行列である。 ${}^t v$ は v の転置ベクトルである。また、 $C_\omega = \cos \omega$ 、 $S_\omega = \sin \omega$ と略記している。 $v = (v_x, v_y, v_z)$ とすると

$$A_v = \begin{pmatrix} 0 & -v_z & v_y \\ v_z & 0 & -v_x \\ -v_y & v_x & 0 \end{pmatrix} \quad (5.4)$$

となる。また、 $\theta_{io} = \theta_i - \theta_o$ とおき、 Z_r 軸まわりに θ_{io} 回転させる行列を $R_{z_r}(\theta_{io})$ とする。 v を単位ベクトルとすると

$$v = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ v_z \end{pmatrix} = R_{z_r}(\theta_{io}) \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -S_{io} \\ C_{io} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.5)$$

となる。これも $C_{io} = \cos \theta_{io}$ 、 $S_{io} = \sin \theta_{io}$ と略記している。よって、

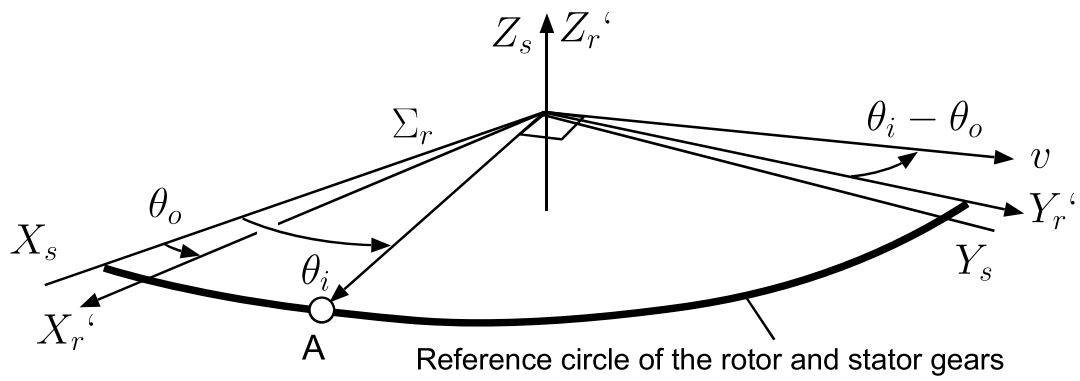
$$v {}^t v = \begin{pmatrix} S_{io}^2 & -S_{io}C_{io} & 0 \\ -S_{io}C_{io} & C_{io}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (5.6)$$

となる。また、式 5.4 より、

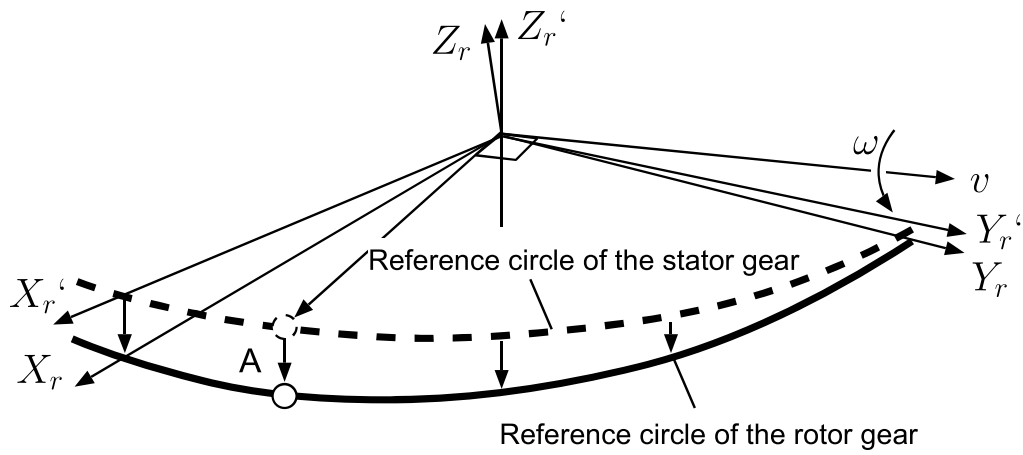
$$A_v = \begin{pmatrix} 0 & -v_z & v_y \\ v_z & 0 & -v_x \\ -v_y & v_x & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & C_{io} \\ 0 & 0 & S_{io} \\ -C_{io} & -S_{io} & 0 \end{pmatrix} \quad (5.7)$$

となる。よって、式 (5.3) は

$$\begin{aligned} R_L(v, \omega) &= C_\omega I + (1 - C_\omega)v {}^t v + S_\omega A_v \\ &= \begin{pmatrix} C_\omega & 0 & 0 \\ 0 & C_\omega & 0 \\ 0 & 0 & C_\omega \end{pmatrix} + (1 - C_\omega) \begin{pmatrix} S_{io}^2 & -S_{io}C_{io} & 0 \\ -S_{io}C_{io} & C_{io}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} + S_\omega \begin{pmatrix} 0 & 0 & C_{io} \\ 0 & 0 & S_{io} \\ -C_{io} & -S_{io} & 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} C_\omega + (1 - C_\omega)S_{io}^2 & -(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} & S_\omega C_{io} \\ -(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} & C_\omega + (1 - C_\omega)C_{io}^2 & S_\omega S_{io} \\ -S_\omega C_{io} & -S_\omega S_{io} & C_\omega \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (5.8)$$



(a) $R_z(\theta_0)$



(b) $R_L(v, \omega)$

Fig. 5.2: Relationship of coordinates between stator and rotor gears

となる．ここで、展開した式の確認のために $\theta_{io} = 2j\pi$ (j は整数) を代入すると、

$$R_L(v, \omega) = \begin{pmatrix} C_\omega & 0 & S_\omega \\ 0 & C_\omega + (1 - C_\omega) & 0 \\ -S_\omega & 0 & C_\omega \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_\omega & 0 & S_\omega \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\omega & 0 & C_\omega \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

となり、三角歯、波形歯での式 (3.2) と一致する． $R_z(\theta_o)R_L(a, \omega)$ 式を計算し、以下に示す．

$$R_z(\theta_o)R_L(a, \omega) = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{pmatrix} \quad (5.10)$$

とすると、

$$\begin{aligned} g_{11} &= C_o(C_\omega + (1 - C_\omega)S_{io}^2) + S_o(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} \\ &= C_oC_\omega + C_o(1 - C_\omega)S_{io}^2 + S_o(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} \\ &= C_oC_\omega + (1 - C_\omega)S_{io}(S_{io}C_o + C_{io}S_o) \\ &= C_oC_\omega + (1 - C_\omega)S_{io} \sin(\theta_i - \theta_o + \theta_o) \\ &= C_oC_\omega + (1 - C_\omega)S_{io}S_i \end{aligned} \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} g_{12} &= -C_o(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} - S_o(C_\omega + (1 - C_\omega)C_{io}^2) \\ &= -C_o(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} - S_oC_\omega - S_o(1 - C_\omega)C_{io}^2 \\ &= -(1 - C_\omega)C_{io}(S_{io}C_o + C_{io}S_o) - S_oC_\omega \\ &= -(1 - C_\omega)C_{io}S_i - S_oC_\omega \end{aligned} \quad (5.12)$$

$$\begin{aligned} g_{13} &= C_oS_\omega C_{io} - S_oS_\omega S_{io} = S_\omega(C_oC_{io} - S_oS_{io}) \\ &= S_\omega \cos(\theta_o + \theta_i - \theta_o) = S_\omega C_i \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\begin{aligned} g_{21} &= S_o(C_\omega + (1 - C_\omega)S_{io}^2) - C_o(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} \\ &= S_oC_\omega + S_o(1 - C_\omega)S_{io}^2 - C_o(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} \\ &= -(1 - C_\omega)S_{io}(C_oC_{io} - S_oS_{io}) + S_oC_\omega \\ &= -(1 - C_\omega)S_{io}C_i + S_oC_\omega \end{aligned} \quad (5.14)$$

$$g_{22} = -S_o(1 - C_\omega)S_{io}C_{io} + C_o(C_\omega + (1 - C_\omega)C_{io}^2)$$

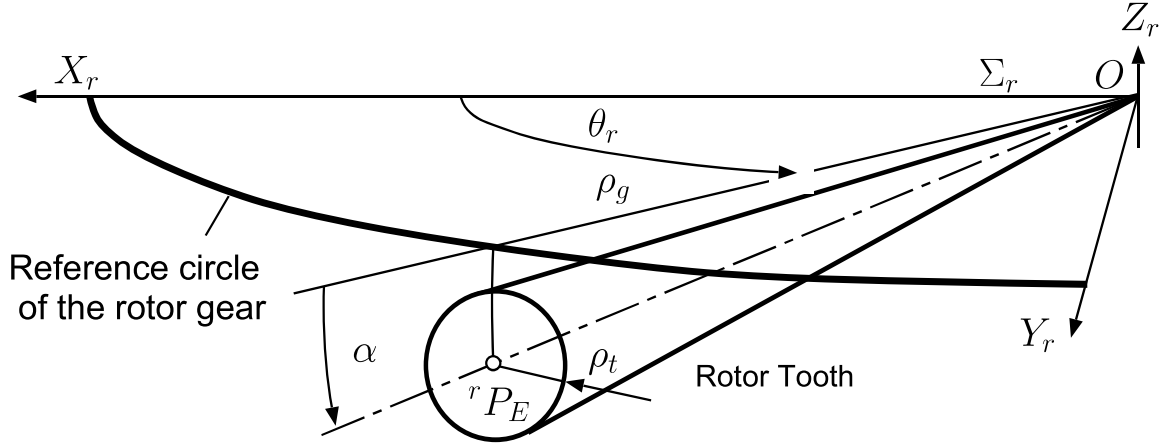


Fig. 5.3: Model of the rotor tooth

$$\begin{aligned}
&= -S_o(1 - C_w)S_{io}C_{io} + C_oC_w + C_o(1 - C_w)C_{io}^2 \\
&= -S_o(1 - C_w)S_{io}C_{io} + C_o(1 - C_w)C_{io}^2 + C_oC_w \\
&= (1 - C_w)C_{io}(C_oC_{io} - S_oS_{io}) + C_oC_w \\
&= (1 - C_w)C_{io}C_i + C_oC_w
\end{aligned} \tag{5.15}$$

$$g_{23} = S_oS_wC_{io} + C_oS_wS_{io} = S_w(S_oC_{io} + C_oS_{io}) = S_wS_i \tag{5.16}$$

と展開できる．以上より，式 (5.1) は

$$\begin{aligned}
{}^sP_r &= R_z(\theta_o)R_L(v, \omega) {}^rP_r \\
&= \begin{pmatrix} (1 - C_w)S_{io}S_i + C_oC_w & -(1 - C_w)C_{io}S_i - S_oC_w & S_wC_i \\ -(1 - C_w)S_{io}C_i + S_oC_w & (1 - C_w)C_{io}C_i + C_oC_w & S_wS_i \\ -S_wC_{io} & -S_wS_{io} & C_w \end{pmatrix} {}^rP_r
\end{aligned} \tag{5.17}$$

となる．

以上より，式 (5.1) の変換行列は θ_i ， θ_o ， ω ，で示すことができる．これは一般的な章動型減速機のロータ歯車の動作を示した式である．ところで，提案している減速機の関係式 (2.1) より， $\theta_o = \pm\theta_i/N$ となる．これを式 (5.1) に代入し， θ_o を消去すれば，入出力角度の直線性を満たしたロータ歯車の動作を表現できる．

5.2.2 ロータ歯車を円錐歯としたときのステータ歯車の創成

同時に噛み合う歯数が多数になるように以下，検討を行う．ロータ歯車の歯 1 枚の参照球面による断面形状を曲線 $G(\theta_i) = 0$ とする．入力角度 θ_i の変化と式 (5.1) によって， Σ_s での $G(\theta_i) = 0$ が多数求められる．これを曲線族 $\{G(\theta_i) = 0\}_{\theta_i \in R}$ とする． $\{G(\theta_i) = 0\}_{\theta_i \in R}$ と接する曲線は一般的に包絡線とよばれている．この包絡線をステータ歯車の歯形とすれば，同時に噛み合う歯数を増やすことができる．

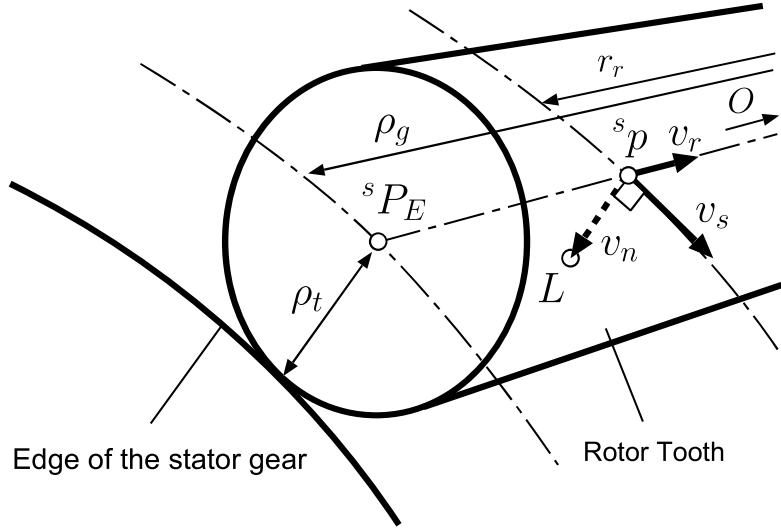


Fig. 5.4: Generating tooth profile of the stator gear

$G(\theta_i) = 0$ にはいろいろな形状が考えられるが，包絡線を求めやすいことから円を用いることにする．また，線接触のため，円を歳差運動の中心へ収束させるので，ロータ歯車の歯の立体形状は円錐となる．このロータ歯車の歯のモデルを Fig. 5.3 に示す．ところで，円錐コロとしてそれ自身が回転できるようにロータ歯車を設置し，歯の摩擦を低減する方法が複数提案されている [23][24]．しかしながら，これらの手法では，多数の歯を接触させるためのステータ歯車の歯形の生成方法については示されていない．

円錐の底面の半径を ρ_t ，中心を ${}^r P_E$ とする．高さは参照円の半径 ρ_g と一致する． ${}^r P_E$ の位置は極座標 $(\theta_r, \alpha, \rho_g)$ を用いて式 (5.18) で示される．

$${}^r P_E = \begin{pmatrix} C_{\theta_r} & -S_{\theta_r} & 0 \\ S_{\theta_r} & C_{\theta_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_\alpha & 0 & S_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\alpha & 0 & C_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_g \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \rho_g \begin{pmatrix} C_{\theta_r} C_\alpha \\ S_{\theta_r} C_\alpha \\ -S_\alpha \end{pmatrix} \quad (5.18)$$

なお，

$$\theta_r = \frac{2\pi}{N} j, \quad (j = 0, 1, 2, \dots, N-1) \quad (5.19)$$

とする． α は参照円と円錐歯の中心との偏角である．ロータ歯車の円錐歯を曲面族とし，ロータ歯車の章動運動によって得られる包絡面をステータ歯車の歯形としている．円錐歯の詳細を Fig 5.4 に示す．原点 O から半径 r_r だけ離れている曲面上の点を ${}^r p$ とすると，

$${}^r p(r_r) = r_r \begin{pmatrix} \cos \theta_r \cos \alpha \\ \sin \theta_r \cos \alpha \\ -\sin \alpha \end{pmatrix} \quad (5.20)$$

となる．式 (5.1) を用いてステータ歯車座標で示すと

$${}^s p(\theta_i, r_r) = R_z(\theta_o) R_L(v, \omega) {}^r p(r_r) \quad (5.21)$$

となる。オフセットするための法線ベクトルを v_n とすると

$$v_n(\theta_i, r_r) = v_r(\theta_i, r_r) \times v_s(\theta_i, r_r) \quad (5.22)$$

となる。なお

$$v_r(\theta_i, r_r) = \frac{\partial}{\partial r_r} {}^s p(\theta_i, r_r) \quad (5.23)$$

$$v_s(\theta_i, r_r) = \frac{\partial}{\partial \theta_i} {}^s p(\theta_i, r_r) \quad (5.24)$$

である。これを計算すると、

$$v_r(\theta_i, r_r) = \frac{\partial}{\partial r_r} {}^s p(\theta_i, r_r) \quad (5.25)$$

$$= \frac{\partial}{\partial r_r} \{R_z(\theta_o)R_L(a, \omega)^r p(\theta_i, r_r)\} \quad (5.26)$$

$$= R_z(\theta_o)R_L(a, \omega) \frac{\partial}{\partial r_r} r_r \begin{pmatrix} C_{\theta_r} C_\alpha \\ S_{\theta_r} C_\alpha \\ -S_\alpha \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

$$= R_z(\theta_o)R(a, \omega) \begin{pmatrix} C_{\theta_r} C_\alpha \\ S_{\theta_r} C_\alpha \\ -S_\alpha \end{pmatrix} \quad (5.28)$$

これは、原点から ${}^s p$ への単位ベクトルである。ところで、 θ_r はロータ歯車の歯の位置を示すパラメータである。深く押し込まれている A の歯 ($\theta_r = 0$) について検討すると、

$$v_r(\theta_i, r_r) = R_z(\theta_o)R(a, \omega) \begin{pmatrix} C_\alpha \\ 0 \\ -S_\alpha \end{pmatrix} \quad (5.29)$$

となる。接線方向のベクトルも同様に、

$$v_s(\theta_i, r_r) = \frac{\partial}{\partial \theta_i} {}^s p(\theta_i, r_r) \quad (5.30)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \theta_i} \{R_z(\theta_o)R_L(a, \omega)^r p(\theta_i, r_r)\} \quad (5.31)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \theta_i} R_z(\theta_o)R_L(a, \omega) r_r \begin{pmatrix} C_\alpha \\ 0 \\ -S_\alpha \end{pmatrix} \quad (5.32)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \theta_i} \begin{pmatrix} \{(1 - C_w)S_{i_o}S_i + C_o C_w\}r_r C_\alpha - r_r S_w C_i S_\alpha \\ \{-(1 - C_w)S_{i_o}C_i + S_o C_w\}r_r C_\alpha - r_r S_w S_i S_\alpha \\ -S_w C_{i_o} r_r C_\alpha - r_r C_w S_\alpha \end{pmatrix} \quad (5.33)$$

となる。ここで、

$$\theta_o = \delta * \frac{\theta_i}{N} \quad \begin{cases} \delta = 1, & N_s = N - 1 \text{ (順方向)} \\ \delta = -1, & N_s = N + 1 \text{ (逆方向)} \end{cases} \quad (5.34)$$

と表現できるので、

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} C_o = -\frac{\delta}{N} S_o, \quad \frac{\partial}{\partial \theta_i} S_o = \frac{\delta}{N} C_o \quad (5.35)$$

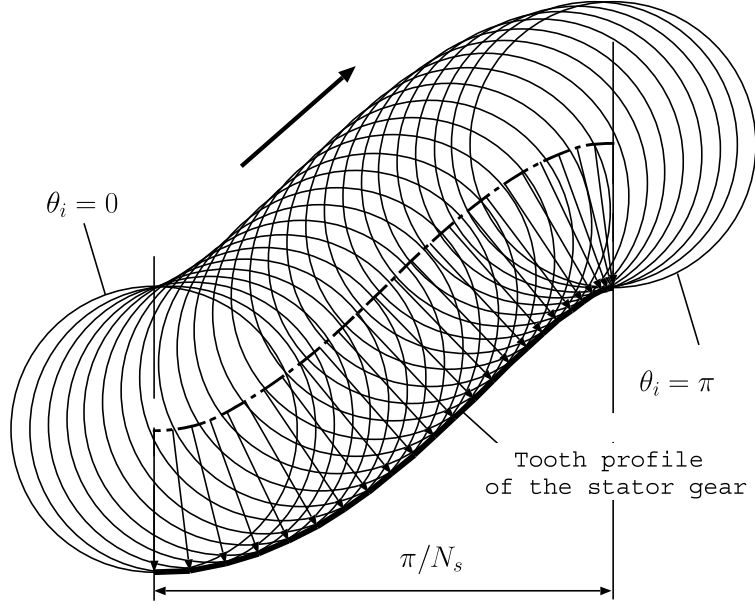


Fig. 5.5: Tooth profile of the stator gear with $N = 50$, $N_s = 49$, $\rho_t/\rho_g = 0.02$, $\omega = 0.02$ [rad], $\alpha = 0$ [rad]

となる。また, $\theta_{io} = \theta_i - \theta_o = \theta_i(N - \delta)/N$ なので,

$$\frac{\partial}{\partial \theta_i} C_{io} = -\frac{N - \delta}{N} S_{io} \quad , \quad \frac{\partial}{\partial \theta_i} S_{io} = \frac{N - \delta}{N} C_{io} \quad (5.36)$$

となる。これを用いて v_s を表現すると,

$$v_s = \begin{pmatrix} \{(1 - C_w)(C_{io}S_i(N - \delta)/N + S_{io}C_i) - \delta S_o C_w/N\} r_r C_\alpha + r_r S_w S_i S_\alpha \\ \{-(1 - C_w)(C_{io}C_i(N - \delta)/N - S_{io}S_i) + \delta C_o C_w/N\} r_r C_\alpha - r_r S_w C_i S_\alpha \\ S_w S_{io} r_r C_\alpha (N - \delta)/N \end{pmatrix} \quad (5.37)$$

となる。これらの計算から具体的な v_n を求める。半径が r_r のときのロータ歯車の半径は $\rho_t r_r / \rho_g$ となるので, ステータ歯車の曲面は

$$L(\theta_i, r_r) = \frac{\rho_t r_r}{\rho_g} \frac{v_n(\theta_i, r_r)}{|v_n(\theta_i, r_r)|} + {}^s p(\theta_i, r_r) \quad (5.38)$$

となる。以上をもとに, θ_i を 0 から π まで変化させたときの $\theta_r = 0$, $r_r = \rho_g$ の位置のロータ歯車の歯の軌跡と, ステータ歯車となる包絡線の関係を図 5.5 に示す。これは本来参照球面上に描かれるべきものを平面に近似して展開したものである。また, $N = 50$, $N_s = 49$, $\rho_t/\rho_g = 0.02$, $\omega = 0.020$ [rad], $\alpha = 0$ [rad] で計算している。Fig. 5.5 は, θ_i を 0 から π まで回転させたとき, ロータ歯車はステータ歯車の歯底から π/N_s 離れたステータ歯車の頂点まで接触し続けることを示す。また同様に $N_s = 51$ と変更した場合を図 5.6 に示す。逆方向にロータ歯車が動作している。また, わずかに頂点までのピッチ π/N_s が短い。また, Fig. 5.5 において θ_i を π から 2π まで回転させると, Fig. 5.5 と同じ軌道でステータ歯車の頂点から降りるような動作を行う。この間もロータ歯車とステータ歯車は接触し続ける。他のロータ歯車の歯も位相がずれるだけで同様の動作をするので, 結局すべての歯が接触することになる。すべての歯を参照球面を平面に展開したものを Fig. 5.7 に示す。また, 3DCAD で表現したものを Fig. 5.8 示す。Fig. 5.8(a) は

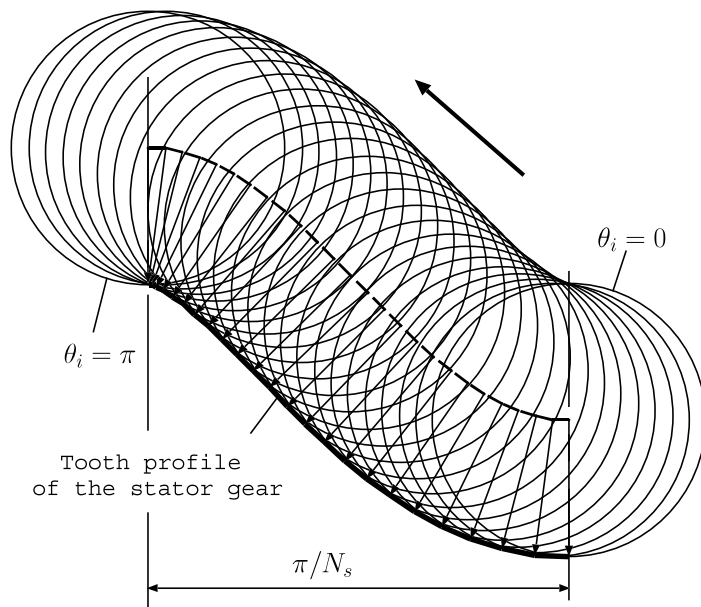


Fig. 5.6: Tooth profile of the stator gear with $N = 50$, $N_s = 49$, $\rho_t/\rho_g = 0.02$, $\omega = 0.02[\text{rad}]$, $\alpha = 0[\text{rad}]$

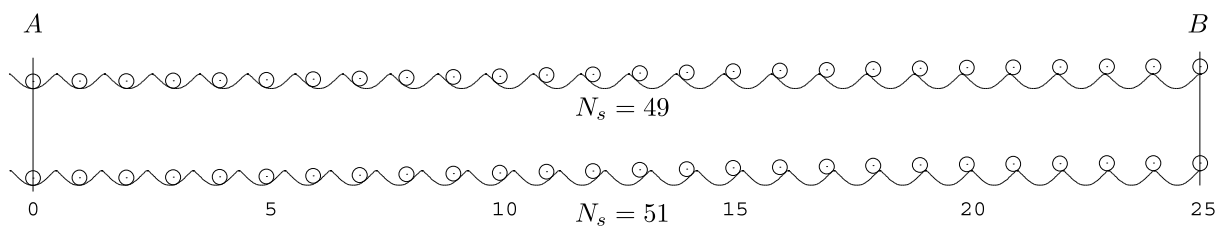


Fig. 5.7: All tooth engagement on condition that $N = 50$, $\rho_t/\rho_g = 0.02$, $\omega = 0.02[\text{rad}]$, $\alpha = 0[\text{rad}]$

$N_s = 49$ の場合, Fig. 5.8(b) は $N_s = 51$ の場合である. このようにロータ歯車との噛み合いが異なる. また, ロータ歯車とステータ歯車の歯面は O に収束させているので外周も内周も接触している. 線接触の様子を Fig. 5.9 に示す. これは 3DCAD でロータ歯車とステータ歯車の距離を直径 100 の歯車に対し設計値より $1[\mu\text{m}]$ 短くして干渉させたものである. 左が全体図, 右が一部を拡大したものである. これによると全ての歯が線接触している. ところで, Fig. 5.8 の円錐歯はロータ歯車に対し回転せず一体成形させている. 円錐コロの設置が難しい小型減速機では, このような形態となる.

5.3 歯形のパラメータの検討

ステータ歯車の曲面は様々な設計パラメータにより変化する. このうち, ρ_g , N , N_s , α は仕様としてあらかじめ設定されている. よって, ここでは ω , ρ_t について検討する. なお, 今後断りなければ $N = 50$, $N_s = 49$, $\alpha = 0$ [rad] とする.

5.3.1 接触枚数の評価

ρ_t は大きい方がロータ歯車の強度上有利である. しかし ρ_t が大きいと創生されるステータ歯車が過分に削られ, 接触する枚数が減少する. この様子を Fig. 5.10 に示す. これによると, ステータ歯車の歯底から頂点まで π/N_s であることから, これを超えた Fig. 5.10 のベクトル 15 ~ 25 の創成部分は無効となり, ロータ歯車と接触しない. Fig. 5.11 にこの傾向を示す. また, 傾斜角度 ω が大きいと振動の原因となるので小さく抑える必要がある. いままの多くの試作の経験上, 0.04 [rad] 未満にするのが望ましい. ω と ρ_t に対する接触枚数を示したものを Fig. 6.5 に示す. なお, ステータ歯車の底で接触するロータ歯車の $j = 0$ の歯と, 頂点で接触するロータ歯車の $j = 25$ の歯は駆動に寄与しない. これらの 2 枚を除外した片側最大 24 枚 ($j=1,2,\dots,24$) を対象としている. 太い矢印は ω と ρ_t の望ましい値の向きである. これによると, ρ_t/ρ_g と接触枚数にはトレードオフの関係がある.

5.3.2 圧力角の評価

この減速機が動作するにはロータ歯車とステータ歯車の間の摩擦を考慮する必要がある. この関係を Fig. 5.13 に示す. により, ロータ歯車はステータ歯車にほぼ出力軸方向に押し付けられている. 一枚の歯が動作するにはステータ歯車の傾斜を滑り降りる必要がある. ロータ歯車とステータ歯車の静止摩擦係数を μ , 接触点での圧力角を β とすると

$$\cos \beta - \mu \sin \beta > 0 \quad (5.39)$$

となる必要がある. これによると, $\beta = 90\text{deg}$ となるステータ歯車の歯底と頂点付近では起動に寄与せず, むしろ抵抗となる可能性がある. また, 提案している歯形では複数の歯が接触するので, 実際の起動の原理はより複雑である. 具体的にはそれぞれのロータ歯車がステータ歯車押し付ける力の分布を詳細に調査する必要がある. ここでは複数接触で求められる β の最小値の傾向について調査する. ω と ρ_t に対する β の

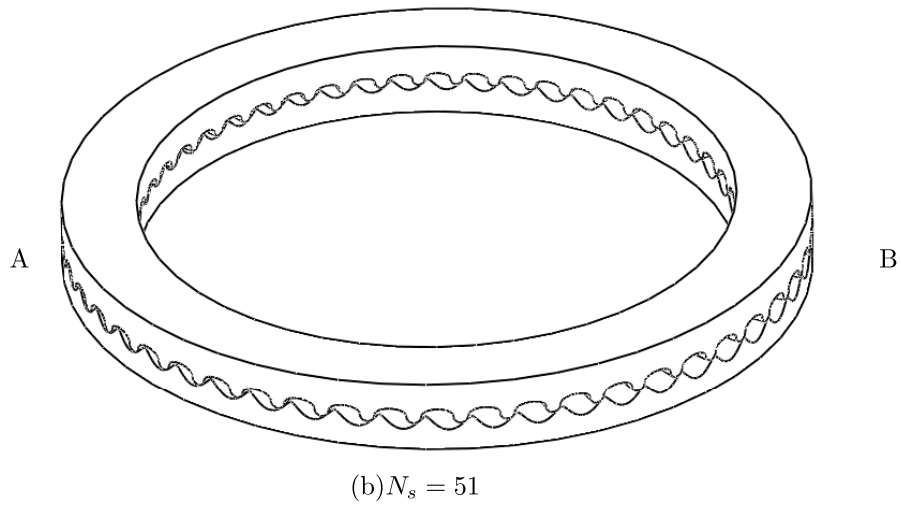
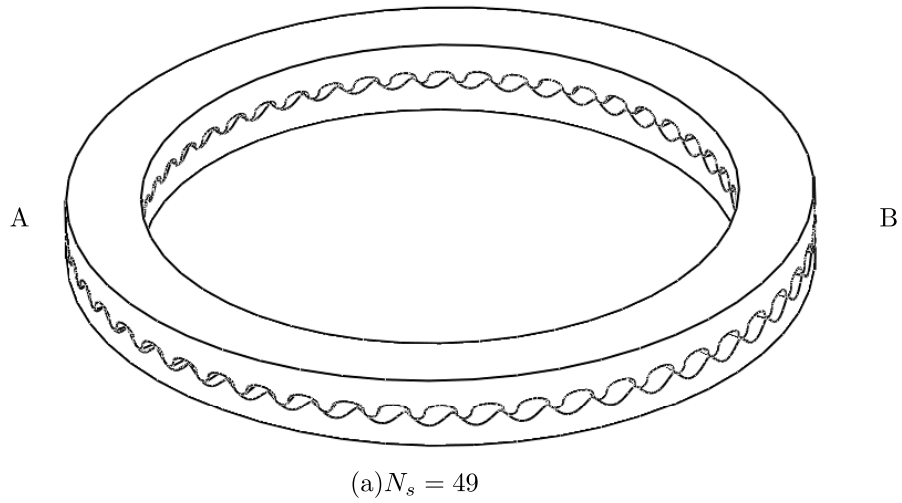


Fig. 5.8: Engagement of gears on condition that $N = 50, \rho_t/\rho_g = 0.02, \omega = 0.02[\text{rad}], \alpha = 0[\text{rad}]$

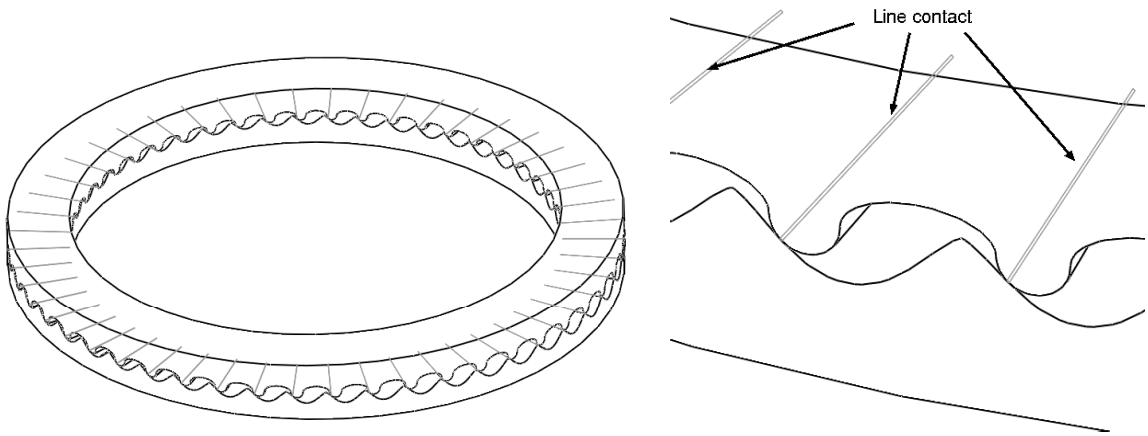


Fig. 5.9: Line contact

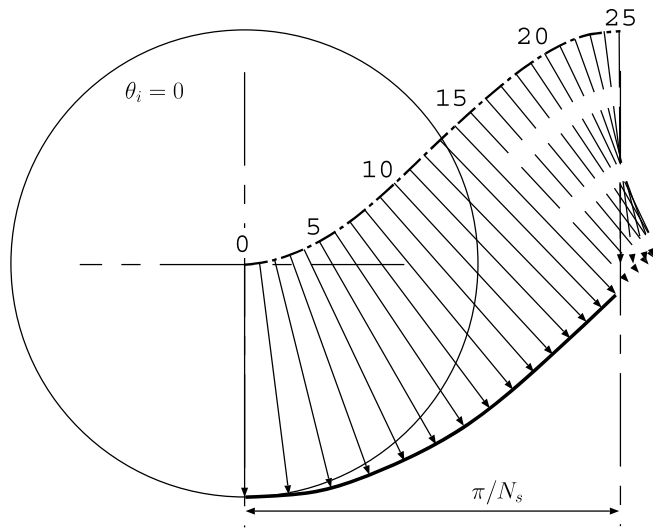


Fig. 5.10: Tooth profile of the stator on condition that $N = 50$, $N_s = 49$, $\rho_t/\rho_g = 0.04$, $\omega = 0.02[\text{rad}]$, $\alpha = 0[\text{rad}]$

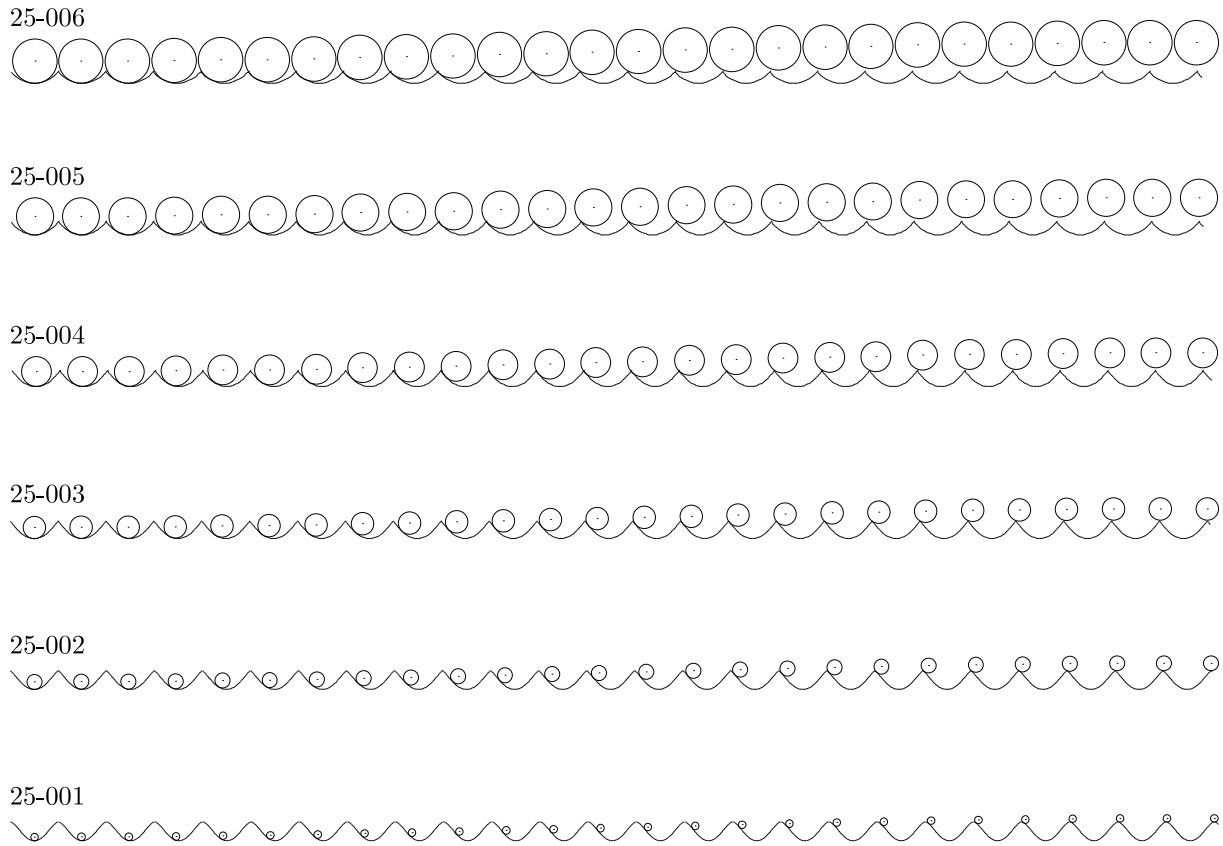


Fig. 5.11: $\rho_t/\rho_g = 0.01, 0.02, 0.03, 0.04, 0.05, 0.06$, $\alpha = 0.0[\text{rad}]$, $\omega = 0.025[\text{rad}]$, $N = 50, N_s = 49$

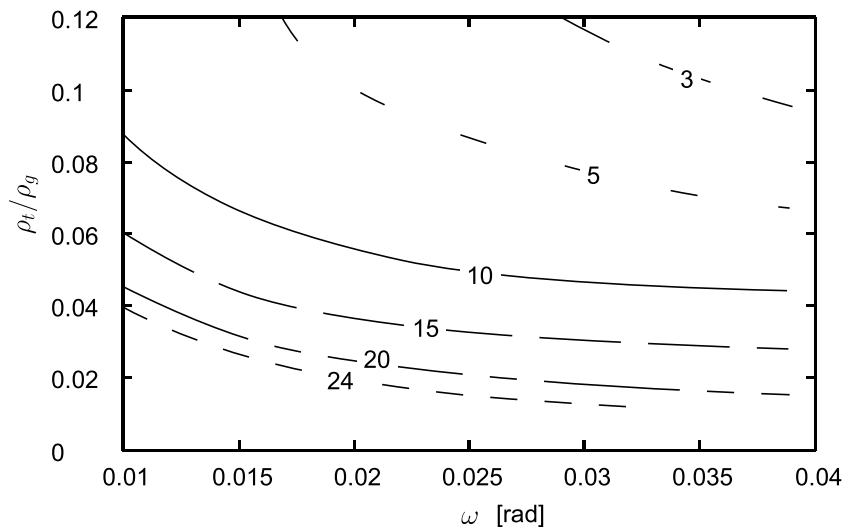


Fig. 5.12: Number of tooth engaged against ω and ρ_t/ρ_g

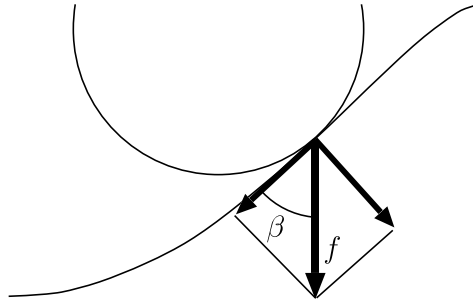


Fig. 5.13: Pressure angle of the stator tooth

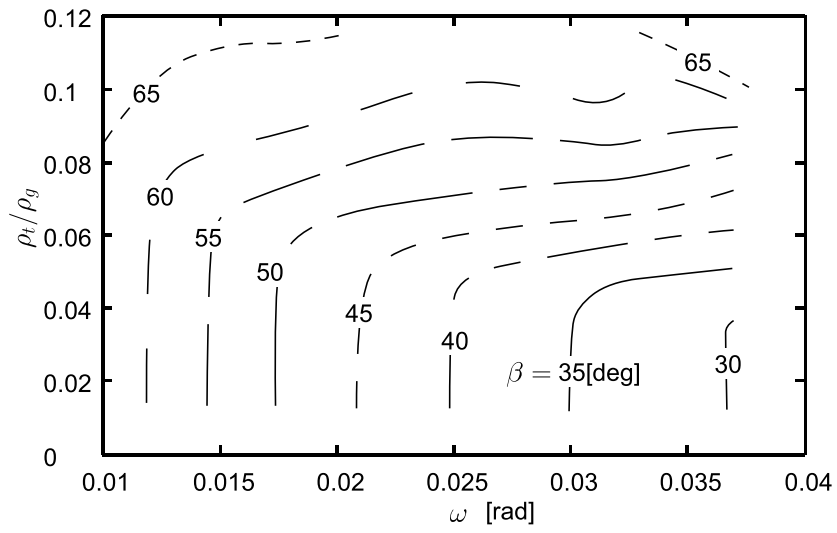


Fig. 5.14: Pressure angle of tooth against ω and ρ_t/ρ_g

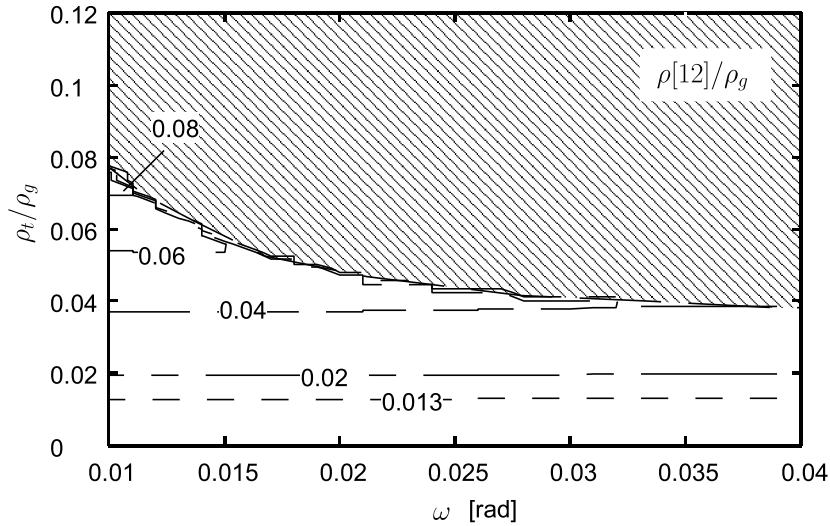


Fig. 5.15: ρ Relative radius

最小値を等高線で示したものを Fig. 5.14 に示す。これによると、 ρ_t/ρ_g 、 ω ともに β とのトレードオフの関係がある。

以上より、接触枚数、圧力角ともにトレードオフの関係があることから、最適な歯形的设计をするには何らかの評価関数を導入する必要がある。

5.3.3 相対曲率の評価

一般的に歯面の接触部の応力を求めるためにヘルツの弾性接触理論が用いられる。これを式 (5.41) に示す。

$$\sigma_{H0} = Z_e \sqrt{\frac{P_n}{b} \left(\frac{1}{\rho} \right)} \quad (5.40)$$

Z_e は材料に依存する定数、 P_n は歯面に垂直な荷重、 b は歯幅、 ρ は接触点での 2 つの物体の相対曲率半径である。同じ P_n が加わっている場合、同じ歯幅 b であるならば、応力は ρ に依存するということを示している。過度な応力が発生しない形状にする必要がある。接触点でのステータ歯車の曲率半径を ρ_s とすると ρ は

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_t} + \frac{1}{\rho_s} \quad (5.41)$$

と示すことができる。なお、この式は物体に垂直な力のみが加わっていること想定している式であるのに対し、本機構のように接線方向の力も加わっているような場合正しく評価することは難しい。多くの歯が接触しているので、どのように評価するかは難しい。そこで、三角歯や、波形歯同様、 A から約 $90[\text{deg}]$ 離れた 12 番目の歯を調査する。これを Fig. 5.15 に示す。斜線で示されたところは 12 番目の歯は接触できない領域である。ほとんど ω には依存せず、 ρ_t が支配的である。

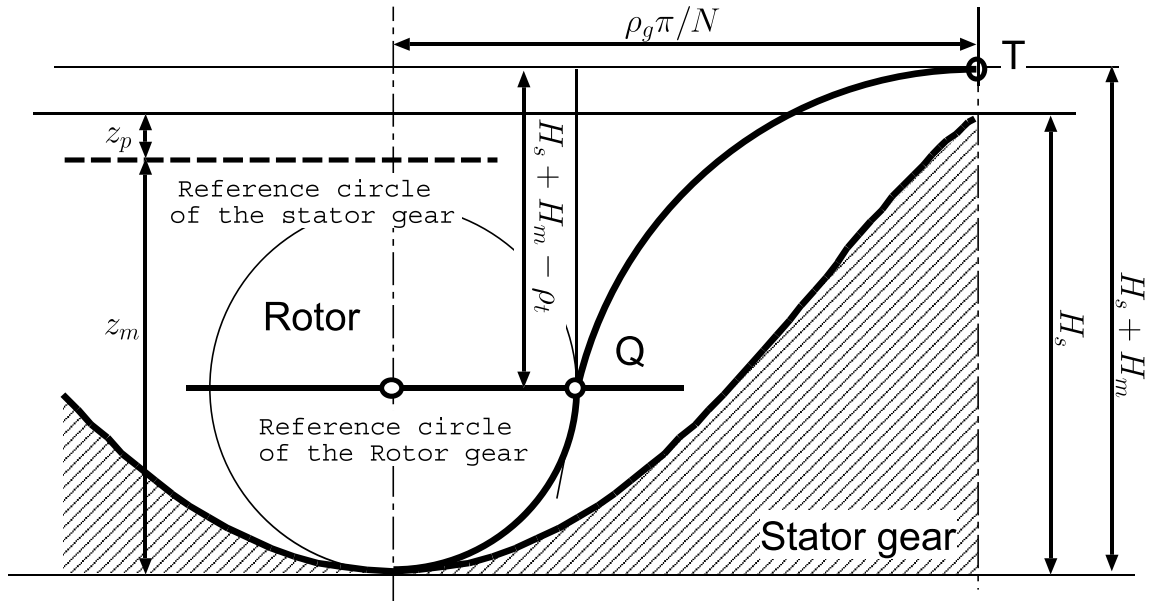


Fig. 5.16: Design of rotor curve between rotor teeth

5.4 設計

試作する減速機を $N = 50$, $N_s = 49$, $\alpha = 0$ [rad] とする. 台形歯, 三角関数歯での試作の経験上 $\beta < 35$ [deg] なら問題なく動作できている. また, $\omega < 0.035$ [rad] で出力軸の弾性ディスクの許容偏角内に収まる. この条件から Fig. 5.14 より, $\rho_t/\rho_g = 0.02$, $\omega = 0.033$ [rad] を選択する. その結果, Fig. 6.5 より接触枚数が 20 枚未満 (計算上 19 枚) となる. 以下, 具体的な減速機の歯形の設計について述べる.

5.4.1 設計のためのロータ歯車の歯形生成

この円錐歯は円錐コロのように回転させず, ロータ歯車に固定して用いる. 設計パラメータは $\rho_t/\rho_g = 0.02$ である. もし $\rho_g = 50$ であるなら, $\rho_t = 1$ となる. すなわち直径 2 の円錐である. 明らかに強度が不足するため, 円錐を補強する必要がある. 留意する点は以下の 2 つである.

- (a) 接触する円錐の部分はステータ歯車と向かい合わせの半円部分である.
- (b) A 点ではステータ歯車の歯もロータ歯車側に深く干渉する.

(b) の干渉について Fig. 5.16 に示す. H_s はステータ歯車の歯たけ, H_m はすきま余裕, z_p は基準となるステータ歯車の参照円から歯先までの距離, z_m はステータ歯車の参照円から歯底までの距離である. これらは実際の機構設計上必要となるパラメータである. (a)(b) に優先度は低い具体的な設計要件を追加する.

- (c) ロータ歯車の歯元は太くする.
- (d) 曲率半径が大きいと強度上有利であり, また加工が容易である.

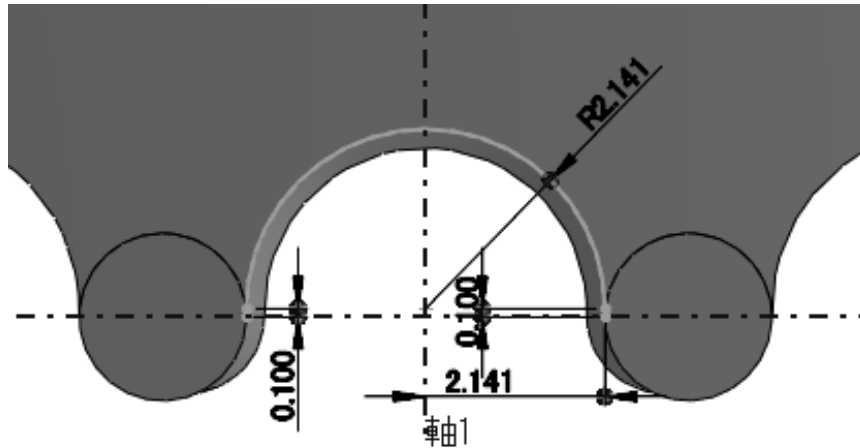


Fig. 5.17: Drawing a tooth of the rotor gear

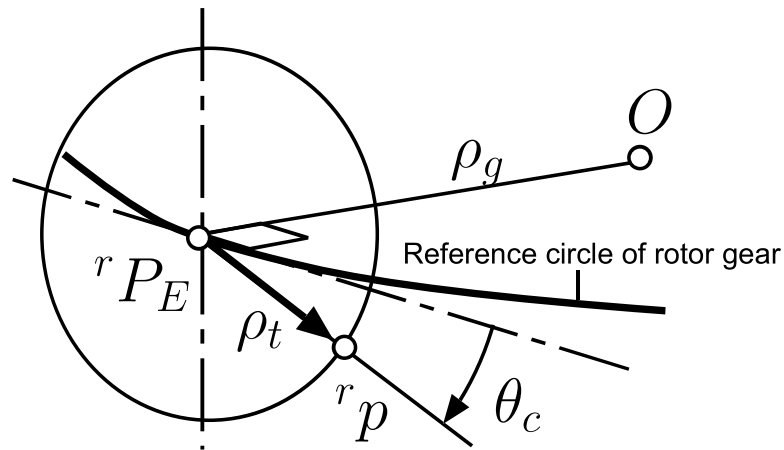


Fig. 5.18: index θ_c ($\alpha = 0$)

これらから設計したもの Fig. 5.17 に示す。これは円錐を2つの間をアーチ状にしたものである。しかしながらこの場合、各寸法を設計者が判断して行うので形状が安定しない。また、円錐と曲線 QT の間が不連続な面となっており、CAM によってはこのまま曲面加工ができない場合がある。さらに、今までは $\alpha = 0$ の歯車なので歯形を SolidWorks で記述するのは難しくなかった。しかし、今後 $\alpha \neq 0$ の歯を生成することになると、格段に記述が難しくなり、またそれによる人為的な誤りが発生し易くなる。そこで、ステータ歯車と同様に数値計算で求めた点列を用意して歯形を生成させることにする。

ロータ歯車の円錐歯の点をできるだけ等間隔で表現するために、円錐歯の中心軸 $r_{PE}0$ 周りに角度変数 θ_c を設定し、 θ_c を変化させた点列を生成する。これを Fig. 5.18 に示す。これは簡単のため $\alpha = 0$ として表現している。ロータ歯車の点を r_p とする。 r_{PE} と X_r 軸が一致する場合は

$$r_p = \begin{pmatrix} \rho_g \\ \rho_t \cos \theta_c \\ \rho_t \sin \theta_c \end{pmatrix} \quad (5.42)$$

となる。ただし、 $S_c = \sin \theta_c$ 、 $C_c = \cos \theta_c$ とする。これを、 θ_r と α で回転させると一般的なロータ歯車のモデルでの点となる。

$${}^r p = \begin{pmatrix} C_{\theta_r} & -S_{\theta_r} & 0 \\ S_{\theta_r} & C_{\theta_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} C_\alpha & 0 & S_\alpha \\ 0 & 1 & 0 \\ -S_\alpha & 0 & C_\alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_g \\ \rho_t C_c \\ \rho_t S_c \end{pmatrix} \quad (5.43)$$

$$= \begin{pmatrix} C_{\theta_r} & -S_{\theta_r} & 0 \\ S_{\theta_r} & C_{\theta_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \rho_g C_\alpha + S_\alpha \rho_t S_c \\ \rho_t C_c \\ -\rho_g S_\alpha + C_\alpha \rho_t S_c \end{pmatrix} \quad (5.44)$$

$$= \begin{pmatrix} C_{\theta_r}(\rho_g C_\alpha + S_\alpha \rho_t S_c) - S_{\theta_r} \rho_t C_c \\ S_{\theta_r}(\rho_g C_\alpha + S_\alpha \rho_t S_c) + C_{\theta_r} \rho_t C_c \\ -\rho_g S_\alpha + C_\alpha \rho_t S_c \end{pmatrix} \quad (5.45)$$

となる。また、中心座標は $\rho_t = 0$ にしたものであるから、

$${}^r P_E = \rho_t \begin{pmatrix} C_{\theta_r} C_\alpha \\ S_{\theta_r} C_\alpha \\ -S_\alpha \end{pmatrix} \quad (5.46)$$

と表現できる。次に円錐と円錐の間の点列の算出について検討する。Fig. 5.19 に間の算出モデルを示す。

${}^r p_a$ 、 ${}^r p_b$ は $\theta_r = 0, \pi$ の点である。 ${}^r P_F$ は ${}^r p_a$ と ${}^r p_b$ 中点である。 ρ_s は線分 ${}^r P_F p_a (= {}^r P_F p_b)$ の長さである。 ρ_f は線分 ${}^r P_F O$ の距離である。また、 δ_s はロータ歯車がステータ歯車の歯先と干渉しないための角度である。これは、ステータ歯車の形状から求められる。具体的には、

$$\delta_s = \sin^{-1}(z_p/\rho_g) + \sin^{-1}(z_m/\rho_g) + \delta_m \quad (5.47)$$

となる。 δ_m は加工精度や組み立て精度から設定する若干の余裕である。Fig. 5.20 に円錐と円錐の間の曲線の例を示す。

$$\delta_s = \tan^{-1}(\rho_s/\rho_g) + \tan^{-1}(\rho/\rho_g) \quad (5.48)$$

となる場合は Fig. 5.20(a) となる。通常一致しないので、(b)(c) のように楕円上になる。Fig. 5.20(b)(c) の縦方向の長さを L_e とすると、

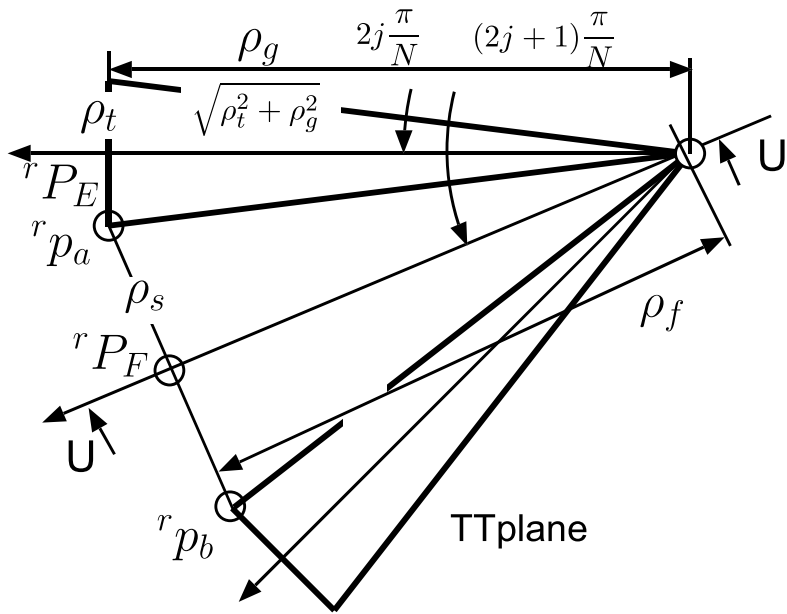
$$L_e = \rho_g \tan \delta_s \quad (5.49)$$

となる。

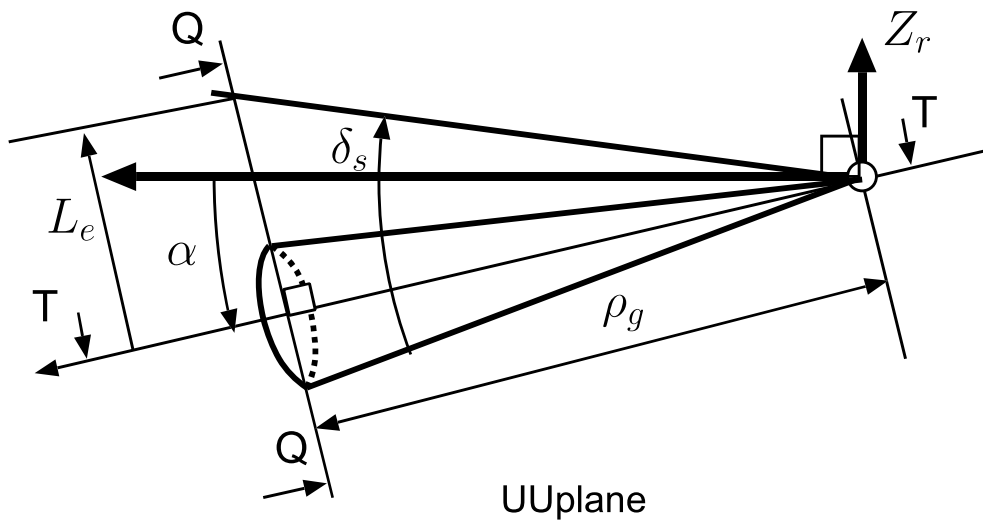
このとき、

$${}^r p = \begin{pmatrix} \rho_g \\ \rho_s C_c \\ L_e S_c \end{pmatrix} \quad (5.50)$$

となり、よって、



(1)Top view



(2)Side view

Fig. 5.19: Diagram of rotor gear

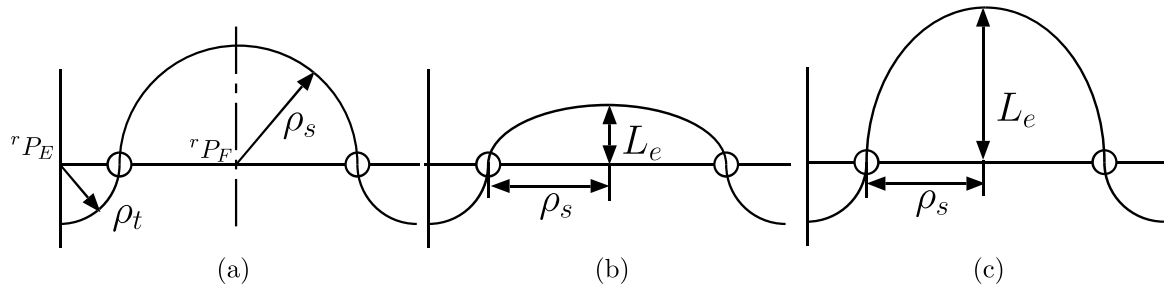


Fig. 5.20: Diagram of rotor gear

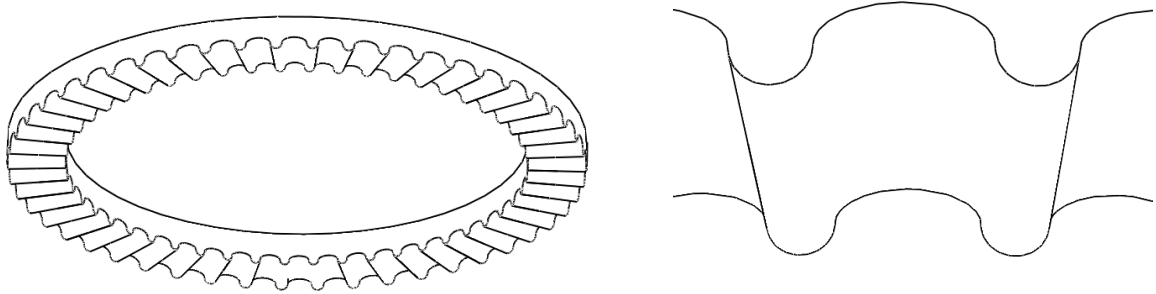


Fig. 5.21: Rotor gear formed by one surface

$$r_p = \begin{pmatrix} C_{\theta_{r1}}(\rho_g C_\alpha + S_\alpha L_e S_c) - S_{\theta_{r1}} \rho_s C_c \\ S_{\theta_{r1}}(\rho_g C_\alpha + S_\alpha L_e S_c) + C_{\theta_{r1}} \rho_s C_c \\ -\rho_g S_\alpha + C_\alpha L_e S_c \end{pmatrix} \quad (5.51)$$

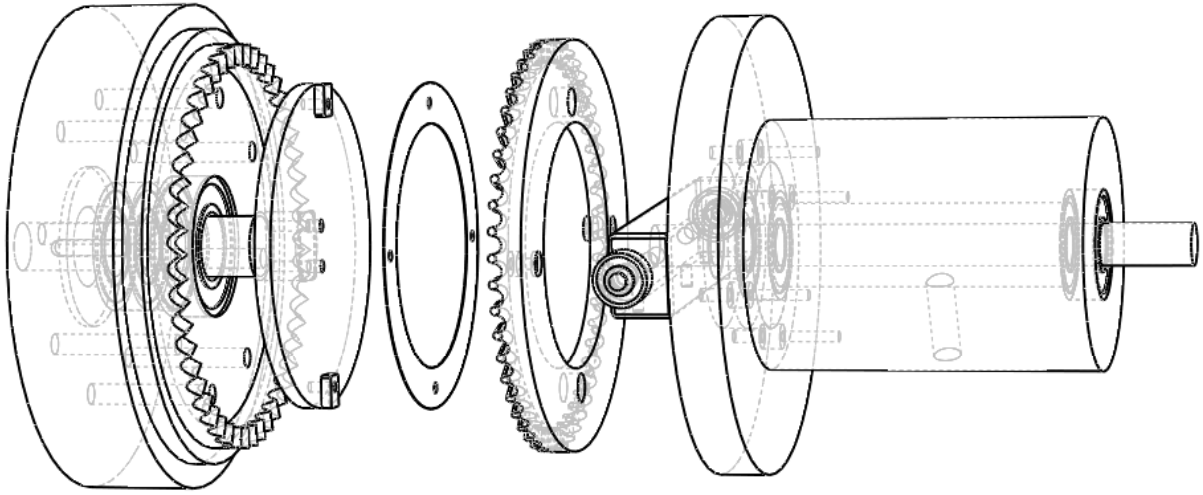
ただし,

$$\theta_{r1} = \theta_r + \frac{\pi}{N}, \quad j = 0, 1, 2, \dots \quad (5.52)$$

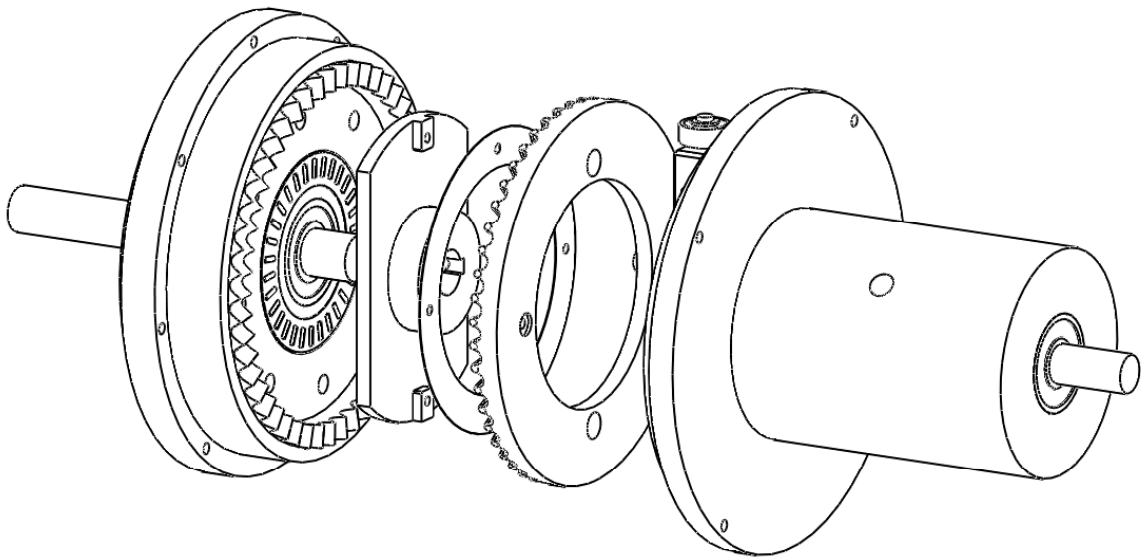
となる。以上より点列を求め、求めたロータ歯車を Fig. 5.21 に示す。なお Fig. 5.9 でも同じ形状のロータ歯車を使用されている。

5.5 試作

$\rho_g = 50[\text{mm}]$ として設計した減速機を Fig. 5.22 に示す。また、試作した減速機を Fig. 5.23 に示す。ステータ歯車はアクリルで、ロータ歯車はポリアセタールで製作している。(a) は先に製作した動作確認用の減速機である。一方 (b) は計測用である。(a) では弾性ディスクを経由して出力軸にロータ歯車歳差運動のうねりを抑えきれなかったため、(b) では出力軸にスラストニードルベアリングを追加している。

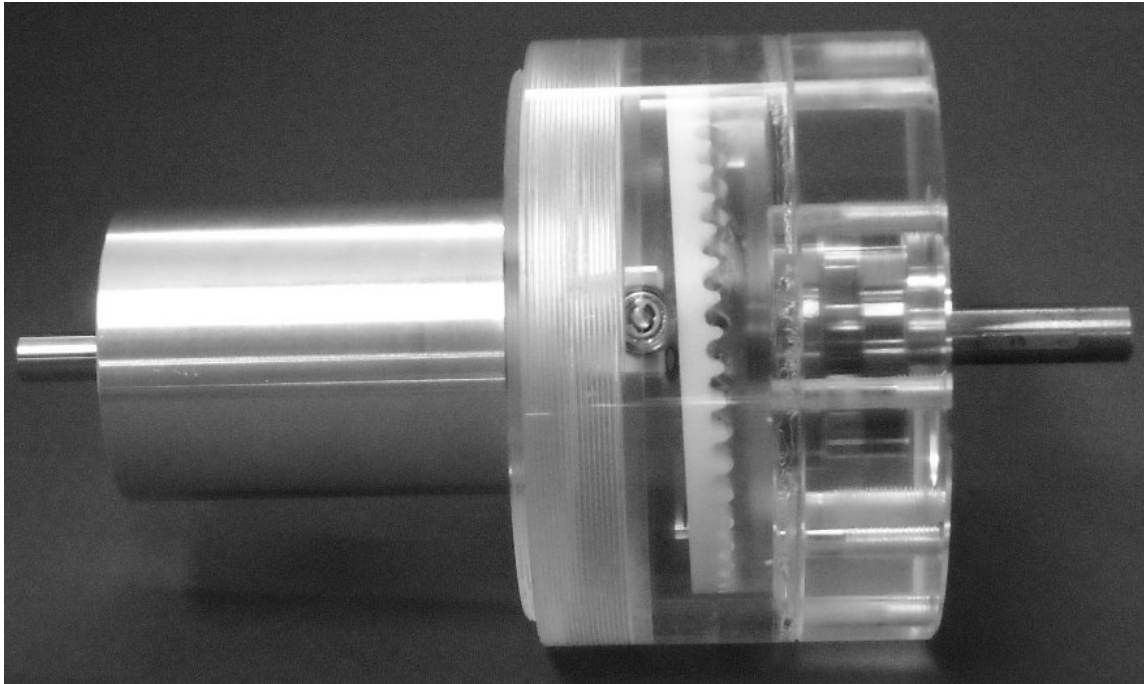


(a)ver.1

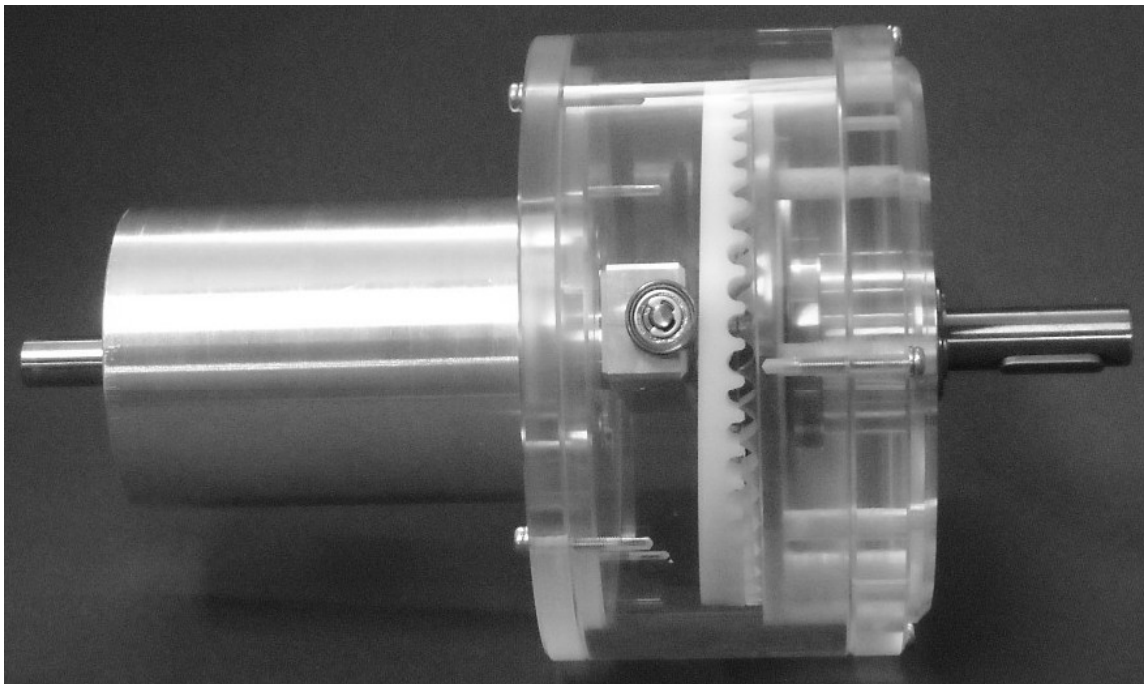


(b)ver.2

Fig. 5.22: Design of reducer



(a)ver.1



(b)ver.2

Fig. 5.23: Prototype of reducer

5.6 評価

試作した減速機は、気になる騒音もなく滑らかに動作している。また、いままでの試作と同様にバックドライブも可能である。本節では、この減速機の角度伝達誤差とトルクーねじれ角の関係を測定した。以下これについて述べる。

5.6.1 角度伝達誤差

角度伝達誤差の実験装置を Fig. 5.24 に示す。角度センサには 1 回転あたりの分解能 96×10^4 のロータ歯車リエンコーダ (マイクロテックラボラトリ製、MES-40-15000PST16E) を用いている。これは 0.375×10^{-3} [deg] まで計測することができる。ロータ歯車リエンコーダの出力はノイズに耐えるようにラインドライバとなっている。エンコーダの値をデコードするために、マイコンを用いることにした。計測システムを Fig. 5.25 に示す。使用マイコンはルネサス製 SH2-7125 を用いた。エンコーダからのラインドライバ信号 (+A,-A,+B,-B) をコンパレータ IC, LM393 で A, B の 2 相に変換している。これを SH2-7125 のエンコーダインターフェースに入力させる。また、SH2-7125 には RS232C の規格の通信ポートも用意されているので、デコードしたデータをそのまま PC へ送ることができる。

入出力軸とエンコーダの間のカップリングは等速回転できるベローズ形カップリングを採用している。また、カップリングとエンコーダの間の偏角、偏心などのミスアライメントを最小にするため筒状の計測装置を製作した。入力軸にプーリを取り付け、これを回転させるためのベルトを用意した。ベルトは手動で回転させている。入力角度の計測値を θ_i 、出力角度の計測値を θ_o とする。試作した減速機 $N = 50$ 、 $N_s = 49$ なので、角度伝達誤差 e_t は

$$\begin{aligned} e_t &= \theta_o - \frac{1}{N} \theta_i \\ &= \theta_o - \frac{1}{50} \theta_i \end{aligned} \quad (5.53)$$

となる。測定結果を Fig. 5.26 に示す。横軸に入力角度 θ_i 縦軸は e_t である。なお、この図は十数回計測し、誤差の幅が最大となったデータを示している。これによると誤差の幅が約 0.0953 [deg] となっている。また、この誤差は 360 [deg] おきに周期的に現れる。なお、同程度のハーモニックドライブの CSG/CSF32-50 では、 0.0166 [deg] である。よって約 6 倍の誤差が発生している。これらは歯の加工精度などが影響していると考えている。

ところで、Fig. 5.25 の試作した評価装置にも誤差が含まれている疑いがあり、この校正を行う。Fig. 5.27 に示すように減速機の入力軸、出力軸そしてロータ歯車などの中身を取り除き、これらの代りに 1 本の軸を通した校正用の減速機を用意する。この校正用減速機の減速比は 1 であり、入出力の角度伝達誤差は発生しない。これを評価装置に取り付け、計測した結果を Fig. 5.28 に示す。なお横軸は出力軸としている。これによると、評価装置に含まれる角度伝達誤差は 0.072 [deg] となった。これは減速機の角度伝達誤差 0.0953 [deg] と比較してあまりに大きい。角度伝達誤差は、装置に減速機を取り付けする度に変化するので、単純に減速機の角度伝達誤差から校正値を引くことは疑問がある。しかしながら、実際の減速機の角度伝達誤差は 0.0953 [deg] より小さいことは確実である。

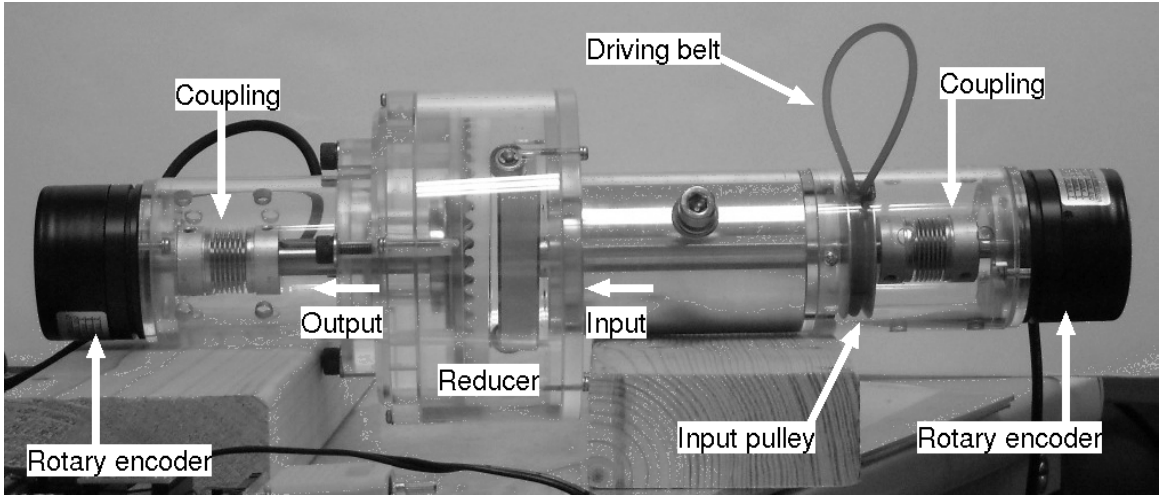


Fig. 5.24: Apparatus for measuring transmission error (photo)

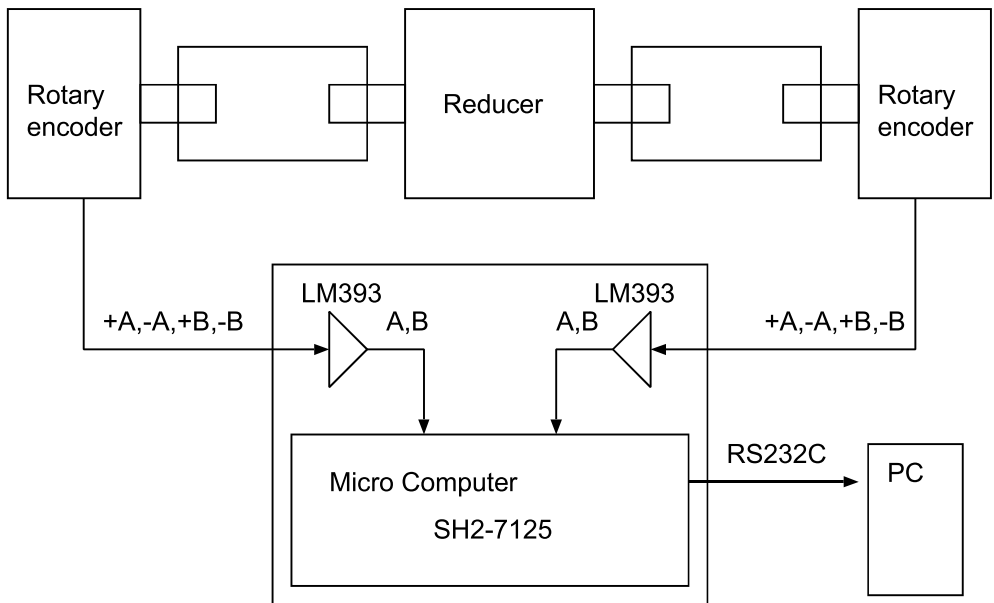


Fig. 5.25: Apparatus for measuring transmission error (diagram)

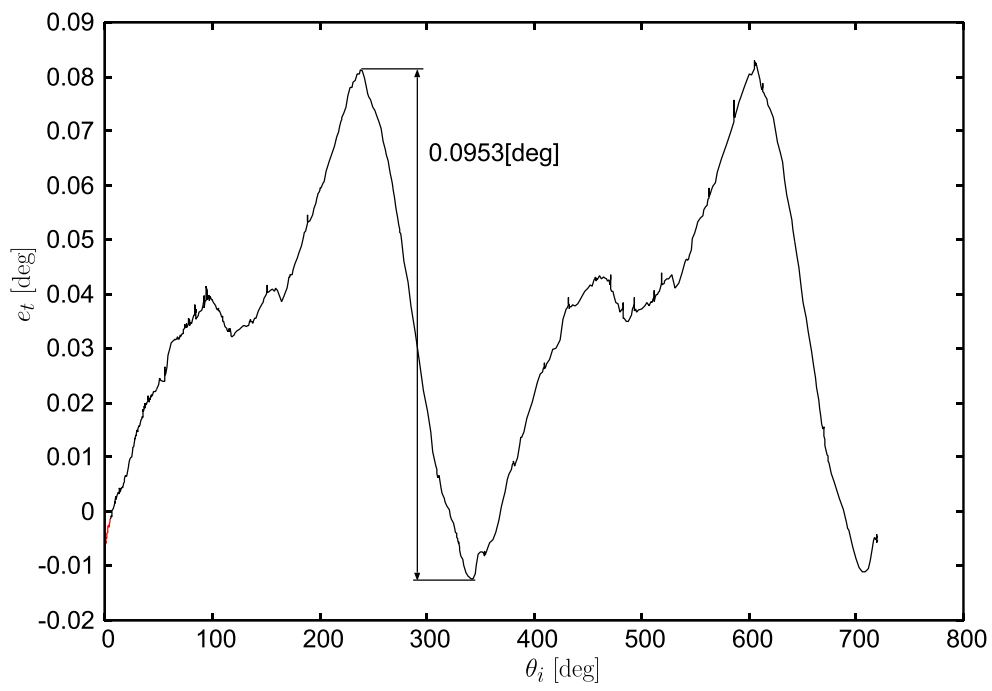


Fig. 5.26: Transmissoin error



Fig. 5.27: Reducer for calibration

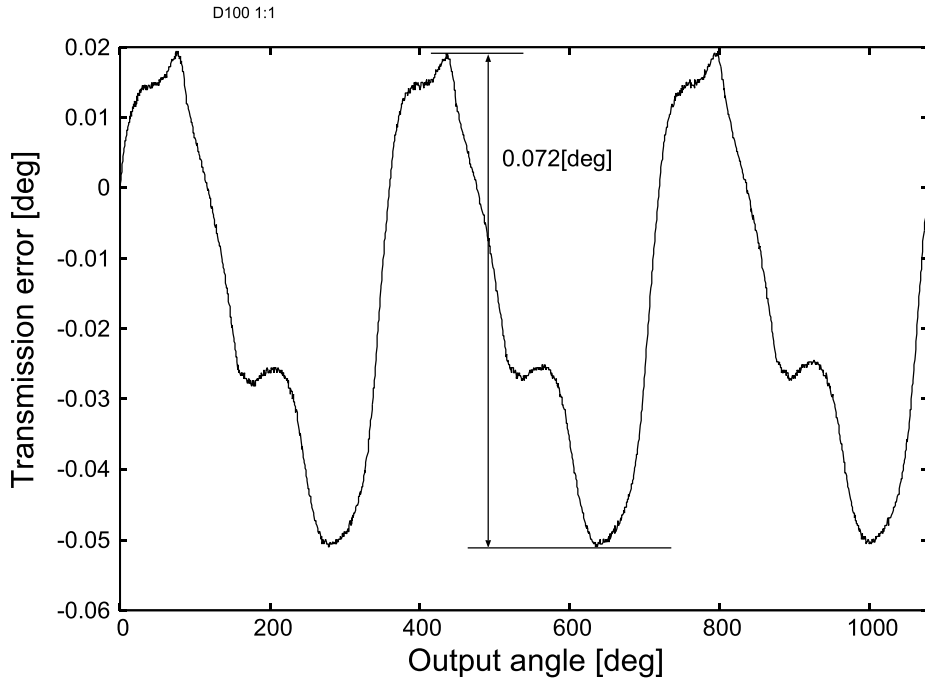


Fig. 5.28: Transmission error of calibration reducer

5.6.2 トルク-ねじれ角

起動トルク 120[mNm] のときの出力軸のトルクと捻れ角の関係を Fig. 5.29 に示す装置で計測する。入力軸を固定した状態で、トルクを手動で加え、捻れ角を計測する。センサは非接触で 0.0001[deg] まで計測できるロータ歯車リエンコーダを使用している。これら出力軸周辺の拡大図を Fig. 5.30 に示す。この装置から求められる関係を Fig. 5.31 に示す。一般的に減速機の出力軸には出力軸のトルクと捻れ角の关系到ヒステリシスが発生する。一般的な減速機でトルクを反転させるとねじれ角が急激に変化し、これをバックラッシとして評価する。しかしバックラッシのない減速機では急激に変化する場所を特定するのが難しい。この減速機も同じ傾向が現れたので、低バックラッシを実現できている。トルクが 0 のときの変位の差はロストモーション (またはヒステリシスロス) とよばれている。ロストモーションはバックラッシより大きい。参考にロストモーションを計測すると、0.287[deg] となった。得られたデータから 1 次関数で最小二乗近似すると、剛性は 1.64[Nm/deg] となっている。また参考に、ハーモニックドライブの CSG/CSF32-50 の起動トルクは約 300[mNm] に対し、ロストモーション (ヒステリシスロス) は、約 0.0332[deg] となっている。また、剛性は 29[Nm] 負荷を加えて約 418[Nm/deg] となっている。よって、提案する減速機は約 8 倍のロストモーションが発生している。また、材質が異なるため単純には比較できないが、剛性は 1/250 未満である。

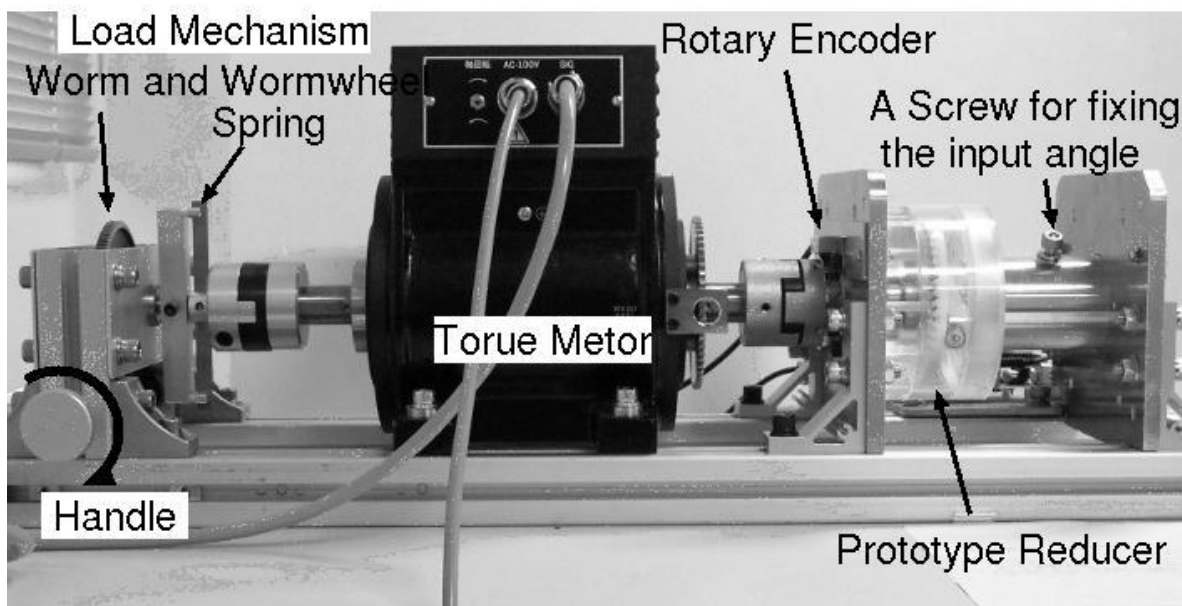


Fig. 5.29: Overview of apparatus for load motion

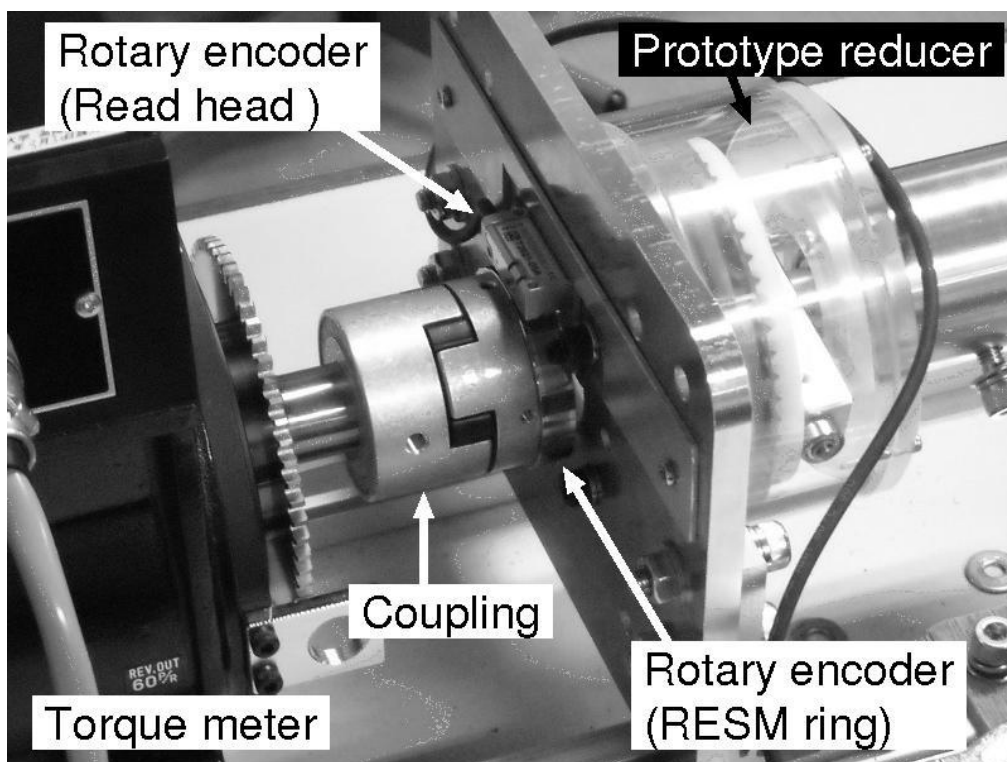


Fig. 5.30: Experimental apparatus for load motion

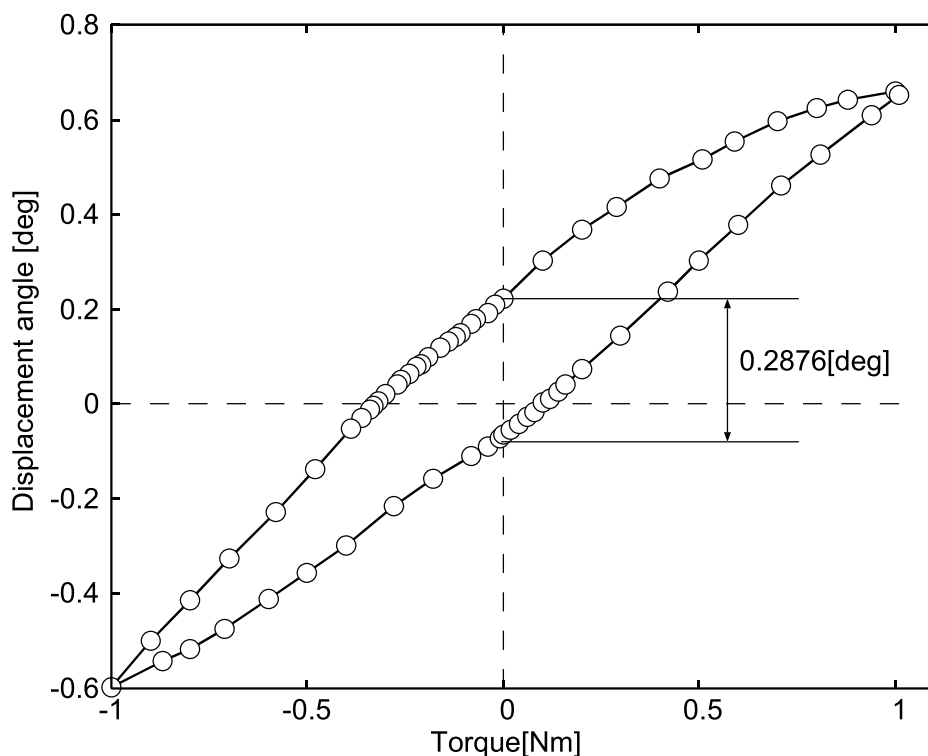


Fig. 5.31: Relationship torque and displacement angle

5.7 おわりに

本章では、理論的に複数の歯が同時に噛み合う歯形を設計できる手法を提案した。具体的にはロータ歯車の章動運動を基に得られるロータ歯車の歯形の曲面族の包絡面をステータ歯車の歯形とした。理論的には全ての歯を接触させることも可能である。また、実際にロータ歯車の歯車を作成するにあたり、ロータ歯車の歯形を回転しない円錐歯とし、となりあう円錐歯を連結して補強するための点列の作成方法を示した。最後にいままで実績のあるパラメータを用いて減速機的设计と試作を行い、評価を行った。その結果、低バックラッシュであることを確認できている。

ところで、提案している減速機では、ロータ歯車から出力軸への動力伝達に弾性ディスクを用いている。この弾性ディスクは十字スポークよりは剛性があるが、結局のところ通常の歯の噛み合いのような高剛性を実現できない。そこで、次の章では出力軸への動力伝達を噛み合いに変更する試みについて述べる。

第6章 噛み合いによる出力軸

6.1 はじめに

5章では理論的に複数の歯が同時に噛み合う歯形を設計する手法を提案した。提案した手法を用いて減速機の設計と試作を行い、複数の歯が同時に噛み合うことを確認した。また、減速機の評価を行い、低バックラッシュであることを確認した。

ところで、一般的に減速機の出力軸は高剛性であることがのぞましい。しかしながら、ロータ歯車から出力軸への動力伝達には弾性ディスクを用いている。章動運動のための低剛性と、出力軸の高剛性を両立した弾性ディスクの設計は困難であり、その結果、高剛性の実現の妨げとなっている。弾性ディスクの代わりユニバーサルジョイントや等速継手などがあるが、一般的にこれらにはバックラッシュが発生する。これらと同じ原理でバックラッシュのないものを開発することも考えられるが、小径化を考慮すると実現は容易ではない。そこで本章では、弾性ディスクを噛み合いに変更し、強度と剛性を向上するための機構とその設計方法について提案する。また、提案する機構の歯形の噛み合いを適切に選択すると、歯の噛み合いのみでロータ歯車の中心を自動的に調整できる特徴がある。これは従来の章動減速機にはない特徴で、機構の簡略化と高精度な組み立てが容易に実現可能といった利点がある。最後にこの減速機を試作し、低バックラッシュであることを検証するために行った評価について述べる。

6.2 浮遊ロータ歯車を用いたクラウン減速機

この機構の概要を Fig. 6.1 に示す、また、その構成要素を Fig. 6.2 に示す。出力歯車は N_{2s} 枚の歯を有する。また、ステータ歯車は N_{1s} 枚の歯を有し、ハウジングに固定されている。ロータ歯車は同心円状に2重の歯を有し、出力歯車と噛み合う歯の歯数を N_2 、ステータ歯車と噛み合う歯の歯数を N_1 とする。入出力の回転速度の関係を式 (6.1) に示す。この式は一般的な遊星歯車減速機と同様に各要素の速比の表を作成することにより求めることができる。これを表 6.1 に示す。具体的には、全体の要素を固定した場合、ステータ歯車の速度を1とすると、ロータ歯車は1、出力歯車は1となる。次にプレスロータを固定して、ステータ歯車の速度を-1とすると、ロータ歯車は $-N_{1s}/N_1$ 、出力歯車は $-(N_{1s}N_2)/(N_1N_{2s})$ 、となる。ステータ歯車を基準とすると、速度は0となる。これは、全体を固定した場合と、プレスロータを固定した場合との和となるから、他の場合についても単純に和を求めると、ケースを基準とする速度となる。この場合、出力歯車の回転数が求める減速比となる。

$$\frac{\dot{\theta}_o}{\dot{\theta}_i} = 1 - \frac{N_2 N_{1s}}{N_{2s} N_1} \quad (6.1)$$

Table 6.1: Number of rotation in some conditions

Conditions	Stator gear	Rotor gear	Output gear
(a) All parts are fixed	1	1	1
(b) Press rotor is fixed	-1	$-N_{1s}/N_1$	$-(N_{1s}N_2)/(N_1N_{2s})$
Total (a)+(b)	0	$1 - N_{1s}/N_1$	$1 - (N_{1s}N_2)/(N_1N_{2s})$

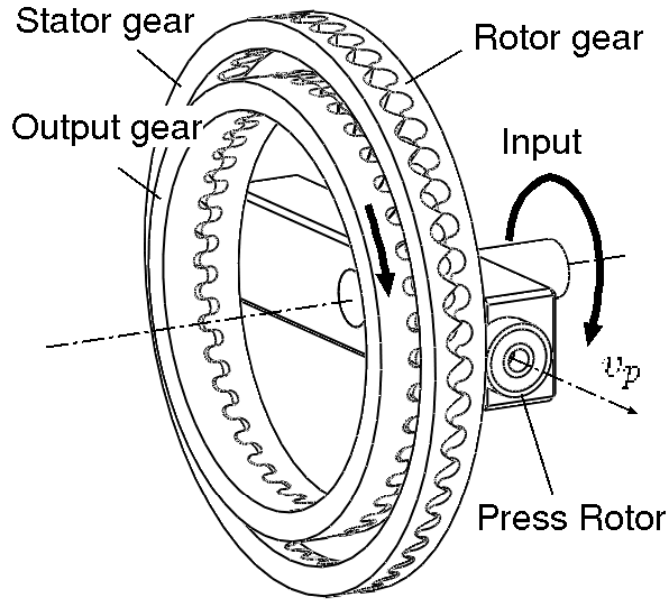


Fig. 6.1: Overview of the crown reducer with floating rotor

5章までのクラウン減速機では、減速機として動作するために噛み合うそれぞれの組の歯数の差を1とする必要があった。それに対し、Fig. 6.1 機構では、ロータ歯車とステータ歯車、ステータ歯車と出力歯車の2組の噛み合わせがある。例えば、 $N_1 = 50$, $N_{1s} = 49$, $N_2 = N_{2s} = 40$ とすると、式 (6.1) より減速比は50となる。ただし、2組とも歯数差が共に0の場合は、式 (6.1) の右辺が0となり、減速機として動作しない。

従来の章動減速機では、ロータ歯車が章動運動するために、入力軸の途中から傾斜角を持たせてロータ歯車の中心を拘束する方法や [15][16]、ロータの中心をボールジョイントなどで拘束して入力軸に傾斜した円盤カムなどを取り付けて章動運動を発生させる方法などが提案されている [14][11][17]。一方、提案する減速機では二組の歯の噛み合いのみでロータ歯車の中心を自動的に調整 (以下、自動調心) し、拘束することができる。この自動調心の原理について以下、説明する。

プレスロータによりロータ歯車が適切に支えられ、ステータ歯車とロータ歯車が噛み合っている様子を Fig. 6.3 に示す。この例では、線分 AB を対象にロータ歯車の約7割の歯が半径方向に線接触している。また、歯数を $N_1 = 50$, $N_{1s} = 49$ としており、この噛み合わせを拡大したものが Fig. 6.3 の右側に示されている。このとき、ロータ歯車の中心はステータ歯車に対し、ステータ歯車の中心 O から B への方向 (以下、

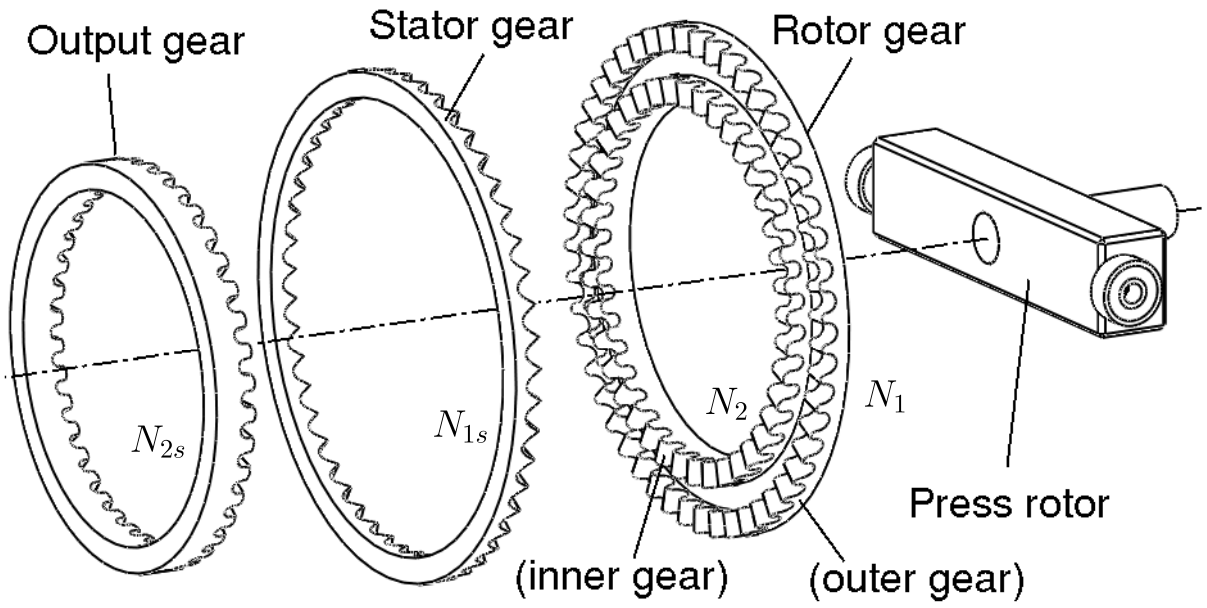


Fig. 6.2: Elements of the reducer

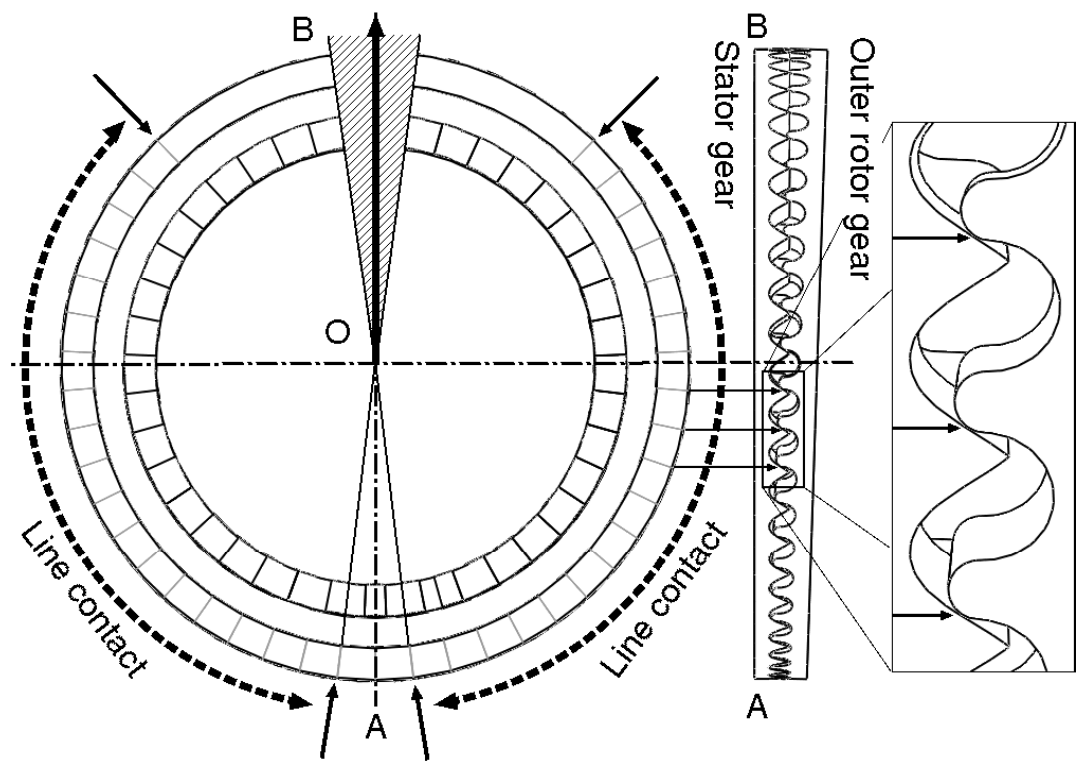


Fig. 6.3: Engagement of stator and rotor

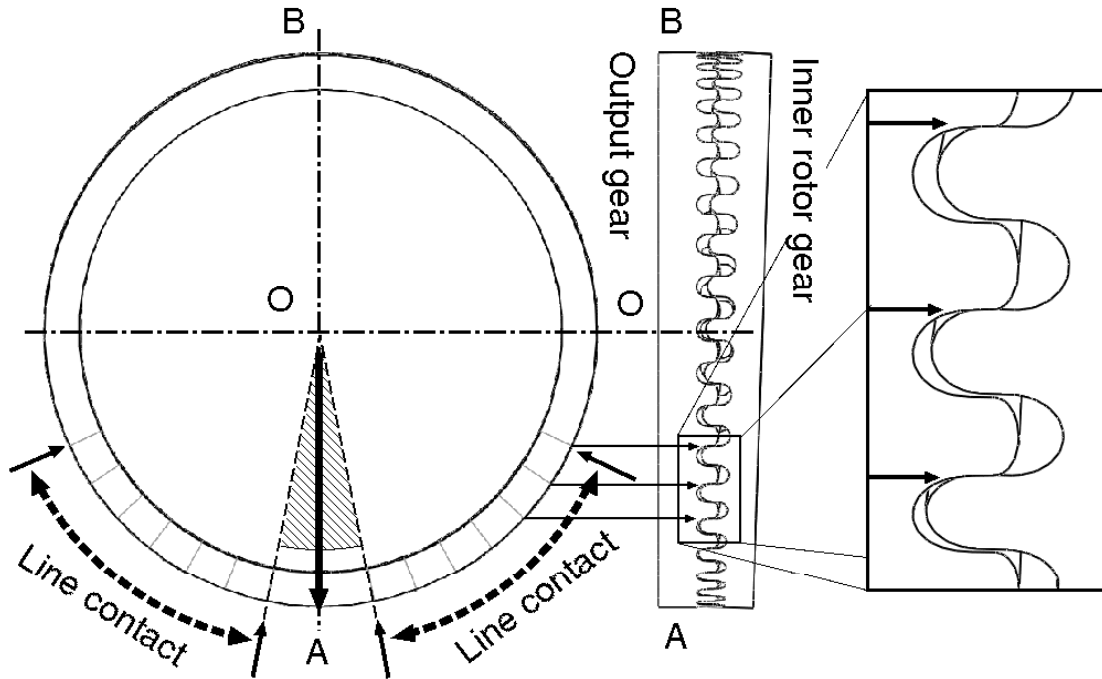


Fig. 6.4: Engagement of output shaft and rotor

B 方向) を中心とする斜線で示す範囲の角度方向には拘束されていない。よって、この方向へずれる可能性がある。また、出力歯車とロータ歯車の噛み合わせを Fig. 6.4 に示す。ロータ歯車の中心は出力軸に対し、出力軸の中心 O から A へ方向 (以下、 A 方向) を中心とする斜線で示す範囲の角度方向には拘束されていない。よって、この方向へずれる可能性がある。Fig. 6.3 と Fig. 6.4 のように、2つの噛み合わせのずれる向きが重ならない場合、ロータ歯車の中心はステータ歯車に対し完全に拘束できる。その結果、自動調心が可能となる。このような支持機構によることなく歯形のみでロータ歯車を自動調心できる章動減速機は今まで例がなく、筆者らはこれを浮遊ロータ歯車と呼んでいる。

6.3 歯数差 0 の場合の歯形の方針

提案する減速機のロータは 2 重の歯車である。内側、外側ともに傾斜角度 ω を共通にする以外は、円形歯のクラウン減速機のモデル Fig. 5.1 をそのまま用いることができる。また、等速ということはステータとロータの歯数が一致する。よって、

$$\theta_o = \frac{N - N_s}{N} \theta_i = \frac{0}{N} \theta_i = 0 \quad (6.2)$$

となる。一般にロータとステータの運動は

$${}^s P_r = R_z(\theta_o) R_L(a, \omega) {}^r P_r \quad (6.3)$$

で表現できた。これを展開して、

$${}^s P_r = \begin{pmatrix} (1 - C_w)S_{io}S_i + C_oC_w & -(1 - C_w)C_{io}S_i - S_oC_w & S_wC_i \\ -(1 - C_w)S_{io}C_i + S_oC_w & (1 - C_w)C_{io}C_i + C_oC_w & S_wS_i \\ -S_wC_{io} & -S_wS_{io} & C_w \end{pmatrix} {}^r P_r \quad (6.4)$$

となる。ここで、減速比は0であることから、 $\theta_o = 0$ となる。よって、

$${}^s P_r = \begin{pmatrix} (1 - C_w)S_iS_i + C_w & -(1 - C_w)C_iS_i & S_wC_i \\ -(1 - C_w)S_iC_i & (1 - C_w)C_iC_i + C_w & S_wS_i \\ -S_wC_i & -S_wS_i & C_w \end{pmatrix} {}^r P_r \quad (6.5)$$

となる。 $\theta_r = 0$ として、中心の位置は

$${}^r P_E = r_r \begin{pmatrix} C_\alpha \\ 0 \\ -S_\alpha \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

であるので、

$${}^s P_E = R_z(\theta_o)R_L(a, \omega)r_r \begin{pmatrix} C_\alpha \\ 0 \\ -S_\alpha \end{pmatrix} = r_r \begin{pmatrix} ((1 - C_w)S_i^2 + C_w)C_\alpha - S_wC_iS_\alpha \\ -(1 - C_w)S_iC_iC_\alpha - S_wS_iS_\alpha \\ -S_wC_iC_\alpha - C_wS_\alpha \end{pmatrix} \quad (6.7)$$

$$= r_r \begin{pmatrix} ((1 - C_w)S_i^2 + C_w)C_\alpha - S_wC_iS_\alpha \\ -(1 - C_w)S_iC_iC_\alpha - S_wS_iS_\alpha \\ -S_wC_iC_\alpha - C_wS_\alpha \end{pmatrix} \quad (6.8)$$

となる。以上、確認のため展開したが、これは今までの式に $\theta_o = 0$ $\dot{\theta}_o = 0$ としたものと同じである。また、ステータ歯車(または出力歯車)の歯面は、いままでと同様に法線ベクトルから得られる包絡面である。これらは以下の式から求められる。

$$v_r = \frac{\partial}{\partial r_r} {}^s P_E = \frac{\partial}{\partial r_r} r_r \begin{pmatrix} ((1 - C_w)S_i^2 + C_w)C_\alpha - S_wC_iS_\alpha \\ -(1 - C_w)S_iC_iC_\alpha - S_wS_iS_\alpha \\ -S_wC_iC_\alpha - C_wS_\alpha \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

$$= \begin{pmatrix} ((1 - C_w)S_i^2 + C_w)C_\alpha - S_wC_iS_\alpha \\ -(1 - C_w)S_iC_iC_\alpha - S_wS_iS_\alpha \\ -S_wC_iC_\alpha - C_wS_\alpha \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

$$(6.11)$$

同様に v_s は

$$v_s = \frac{\partial}{\partial \theta_i} {}^s P_E = \frac{\partial}{\partial \theta_i} r_r \begin{pmatrix} \{(1 - C_w)S_i^2 + C_w\}C_\alpha - S_wC_iS_\alpha \\ -(1 - C_w)S_iC_iC_\alpha - S_wS_iS_\alpha \\ -S_wC_iC_\alpha - C_wS_\alpha \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

$$= r_r \begin{pmatrix} 2(1 - C_w)S_iC_iC_\alpha + S_wS_iS_\alpha \\ -(1 - C_w)(C_iC_i - S_iS_i)C_\alpha - S_wC_iS_\alpha \\ S_wS_iC_\alpha \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

$$(6.14)$$

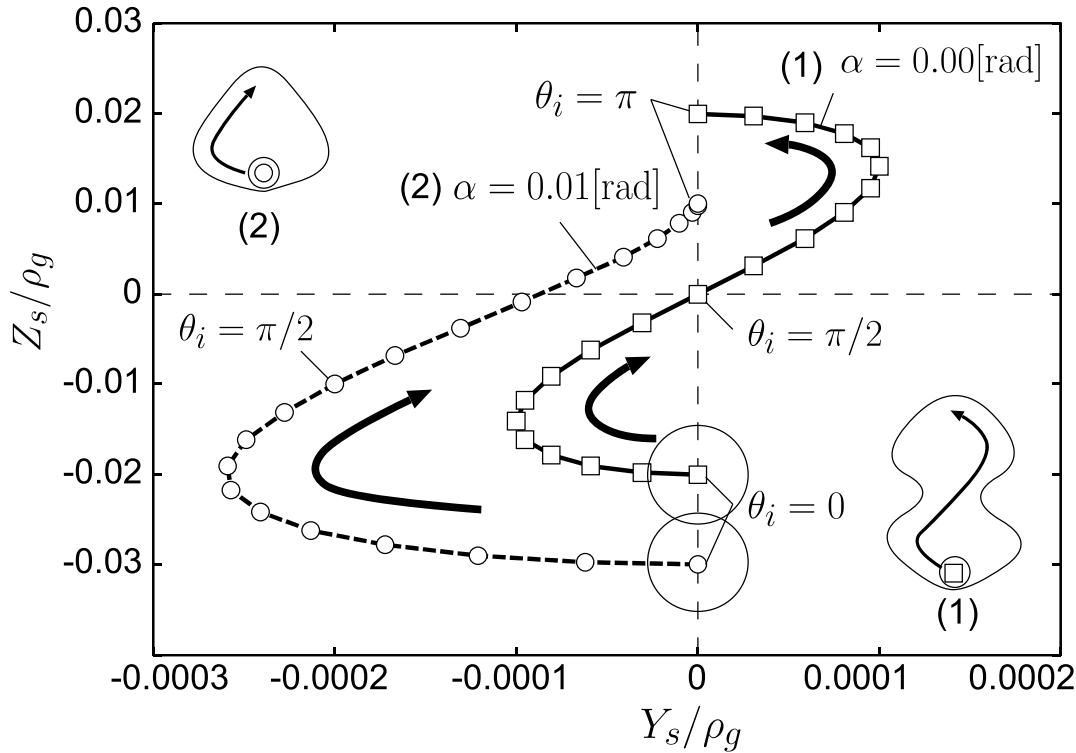


Fig. 6.5: Trajectory of the rotor tooth in case of $N = N_s = 50$, $\omega = 0.02[\text{rad}]$

これらから,

$$v_n = v_r \times v_s \quad (6.15)$$

で求める。

α の値を 2 種類設定し, θ_i が 0 から π まで回転したときの sP_E の軌道を $Z_s - Y_s$ 平面に写像したものを Fig. 6.5 に示す. なお, $\omega = 0.02[\text{rad}]$ とし, それぞれの軌道は ρ_g で正規化している. さらに θ_i が π から 2π まで回転すると, sP_E の軌道は $Y_s/\rho_g = 0$ に対称となる. その結果, 創成されるステータ歯車の歯形は Fig. 6.5(1)(2) のようにロータ歯車の歯を包む形状となる. Guanxin Wang らは, Fig. 6.5(2) の形状に沿った溝をステータ歯車に加工し, この溝に鉄球を入れた減速機を提案している [26]. また, A.M. Maroth らは, Fig. 6.5(1) の下半分の形状をステータ歯車の歯とした減速機を提案している [15]. しかしながら, これら包み込む形状の歯をステータ歯車全周に加工するのは容易ではない. 筆者らは小径化のために, 製作が容易であることが望ましいと考えている. 具体的には, 3 軸のマシニングセンタのように, Z_s 軸方向のみから切削加工できる形状が望ましい. そこで, $\theta_i = 0$ から式 (6.8) の Y_s 成分が増加に転じる直前までの θ_i 角度 (以下 θ_u) まで接触させることにする. なお, この場合, A の位置を中心に $-\theta_u \sim \theta_u$ の範囲にあるロータ歯車の歯がステータ歯車と同時に噛み合う. Fig. 6.5(2) の軌道を用いたステータ歯車の生成例を Fig. 6.6 に示す. この場合ステータ歯車の歯にくびれが発生しないので, Z_s 軸方向のみから切削加工できる. しかしながら, 明らかに Fig. 6.5(1)(2) のようなロータ歯車を包む形状より同時に噛み合う歯数が減少する. そこで, どのような θ_u が取り得るのか以下検討する.

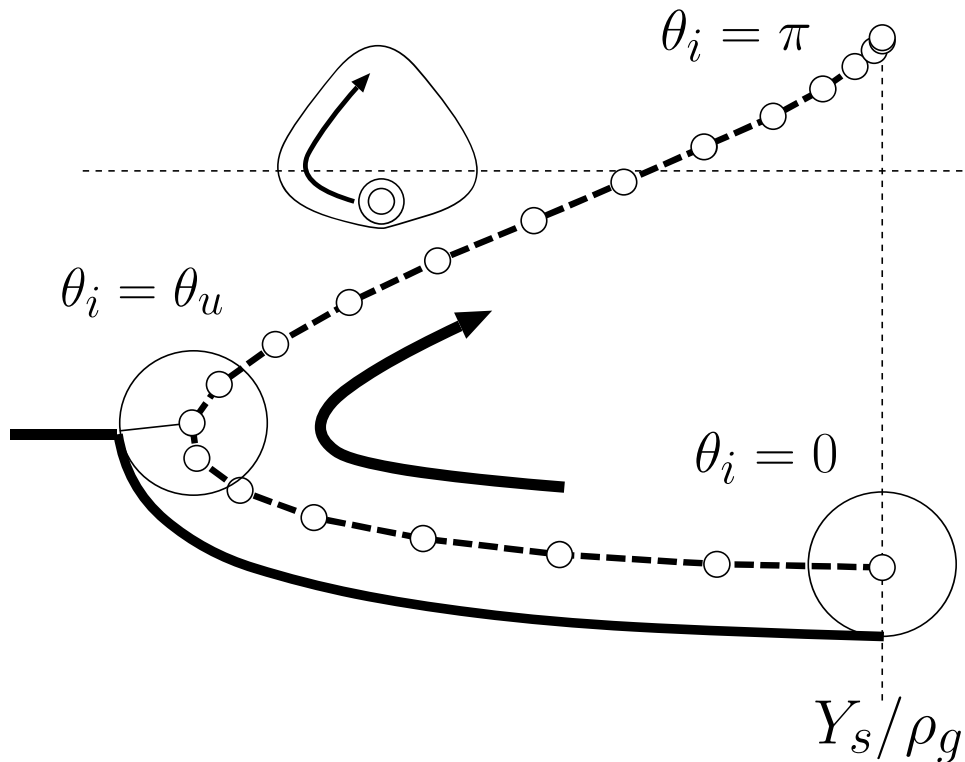


Fig. 6.6: Profile of the stator tooth

θ_u は式 (6.8) の Y_s 成分が増加する直前の θ_i としているが、これに影響を与える要素は ω と α である。先に ω について検討する。提案している Fig. 6.1 の減速機に歯数差 0 の噛み合わせを用いるのなら、必ず歯数差 ± 1 の噛み合わせと組み合わせた構成となる。これらの歯を同心円状に配置されたロータ歯車を用いることから、当然 2 つの噛み合わせの ω は共通となる。さらに、いままでの歯数差 ± 1 の歯形の試作の経験などから、 ω はある範囲に設定されるパラメータである [27]。すなわち ω は歯数差 0 の歯形を設計する以前に既に決まっている値である

つづいて、 α について検討する。 $\omega = 0.02[\text{rad}]$ の場合の α に対する θ_u の角度を Fig. 6.7 に示す。Fig. 6.7 では、 $\alpha = 0.04[\text{rad}]$ を超えると θ_u には大きな変化がない。また、 α を大きくすると、ロータ歯車全体が厚くなり、その結果ロータ歯車の重量が増加する。 $\alpha = 0.04[\text{rad}]$, $\theta_u = 1.34[\text{rad}]$ を選択したステータ歯車の歯形を Fig. 6.8 に示す。これは Z_s と Y_s の縮尺を同じにしたものである。 $\theta_i = \theta_u (= 1.34[\text{rad}])$ までロータ歯車は Y_s 方向にわずかに移動しながら、ロータ歯車の歯の片側で接触し続ける。

以上より、Fig. 6.9 に歯数差を 1, -1, 0 とした場合のステータ歯車とロータ歯車の噛み合いを示す。矢印はステータ歯車に対するロータ歯車のずれる可能性のある方向を示している。歯数差が 1 のときは B 方向、-1 または 0 のときは A 方向となる。

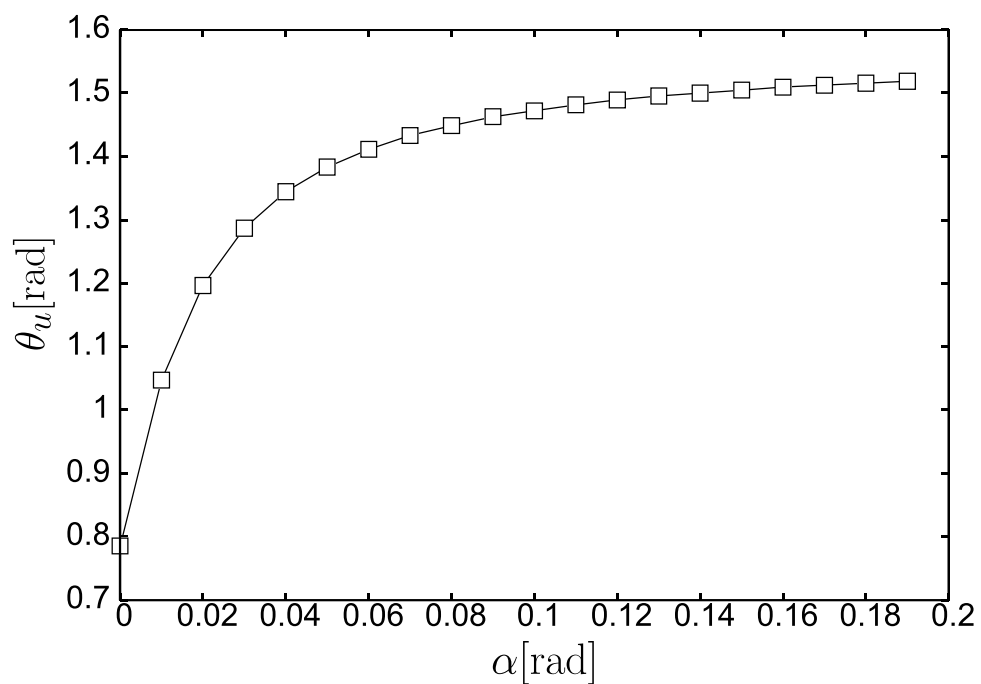


Fig. 6.7: θ_i against α

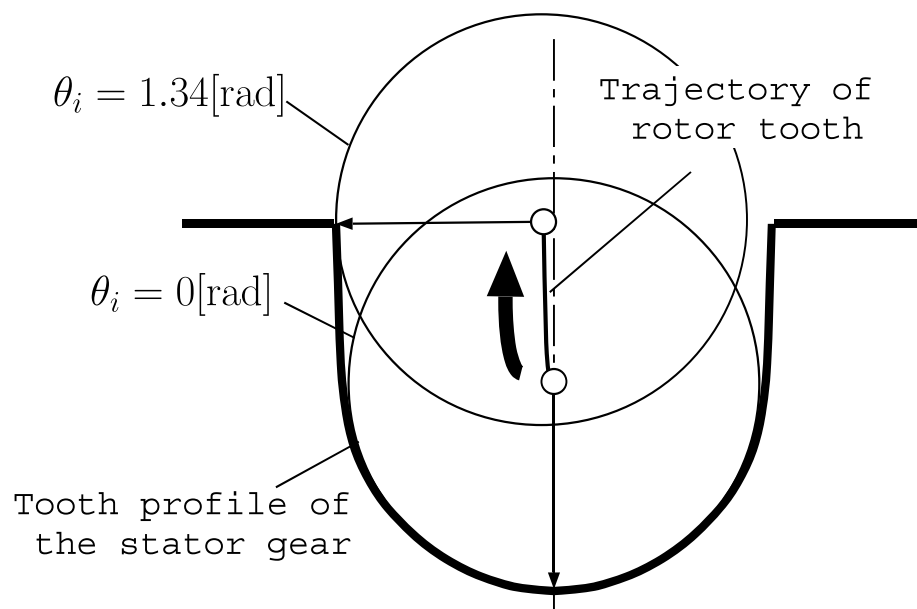


Fig. 6.8: Tooth profile of the stator gear with $N = N_s = 50$, $\rho_t/\rho_g = 0.02$, $\omega = 0.02$ [rad], $\alpha = 0.04$ [rad]

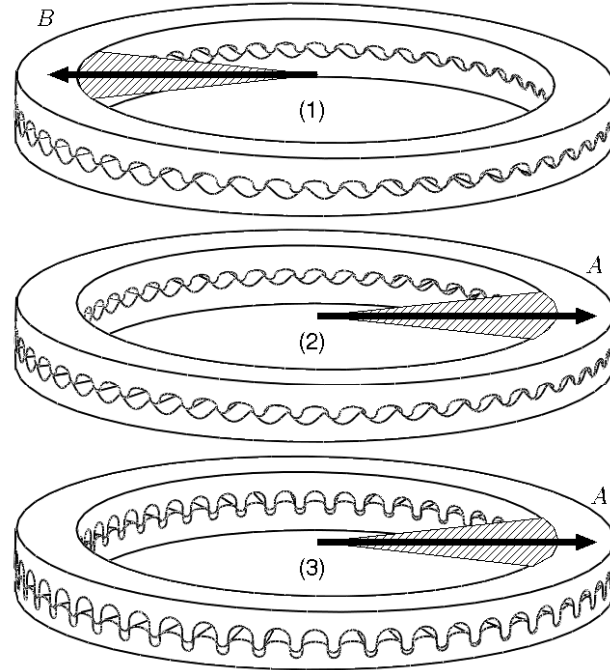


Fig. 6.9: Slidable direction of the rotor gear with (1) $N - N_s = 1$, (2) $N - N_s = -1$, (3) $N - N_s = 0$

6.4 浮遊ロータ歯車を実現する歯車列と歯数の組み合わせ

$N_1 - N_{1s}$, $N_2 - N_{2s}$ の歯数差はそれぞれ 3 種類取り得るので、単純に 9 通りの組み合わせが存在する。また、本機構が選択できる 2 つの歯車列の構造を Fig. 6.10 に示す。Fig. 6.10(a) は前壁をステータ歯車、Fig. 6.10(b) は後壁をステータ歯車としている。この 2 通りの組み合わせを考慮し、18 通りの組み合わせについて検討する。

Fig. 6.10(a) では移動可能方向が重ならない組み合わせ、例えば $N_1 - N_{1s} = 1$, $N_2 - N_{2s} = -1$ などでロータ歯車を拘束できる。一方、Fig. 6.10(b) では、深く押し込まれる向きが逆となるので、 $N_1 - N_{1s} = 1$, $N_2 - N_{2s} = 1$ などでロータ歯車を拘束できる。拘束できる組み合わせを○、できない場合を×としてこれらをまとめて Table 6.2 に示す。なお、No.5 の組み合わせでは減速比が 0 となり、出力軸が回転しないので減速機として動作しない。

入出力の関係は式 (6.1) から求めることができる。これらのうち、No.5 の組み合わせでは減速比が 0 となり、出力軸が回転しないので減速機として動作しない。No.2,4,6,8 は一方の組み合わせが等しい歯数の場合である。よって、速度の関係は式 (2.1) と同様の式に帰着される。No.1,3,7,9 は組み合わせによりさまざまな可能性がある。以下、これについて検討する。No.1,3,7,9 では、歯数差は ± 1 であるので式 (6.1) より

$$\dot{\theta}_o = \frac{N_{2s}N_1 - N_2N_{1s}}{N_{2s}N_1} \dot{\theta}_i \quad (6.16)$$

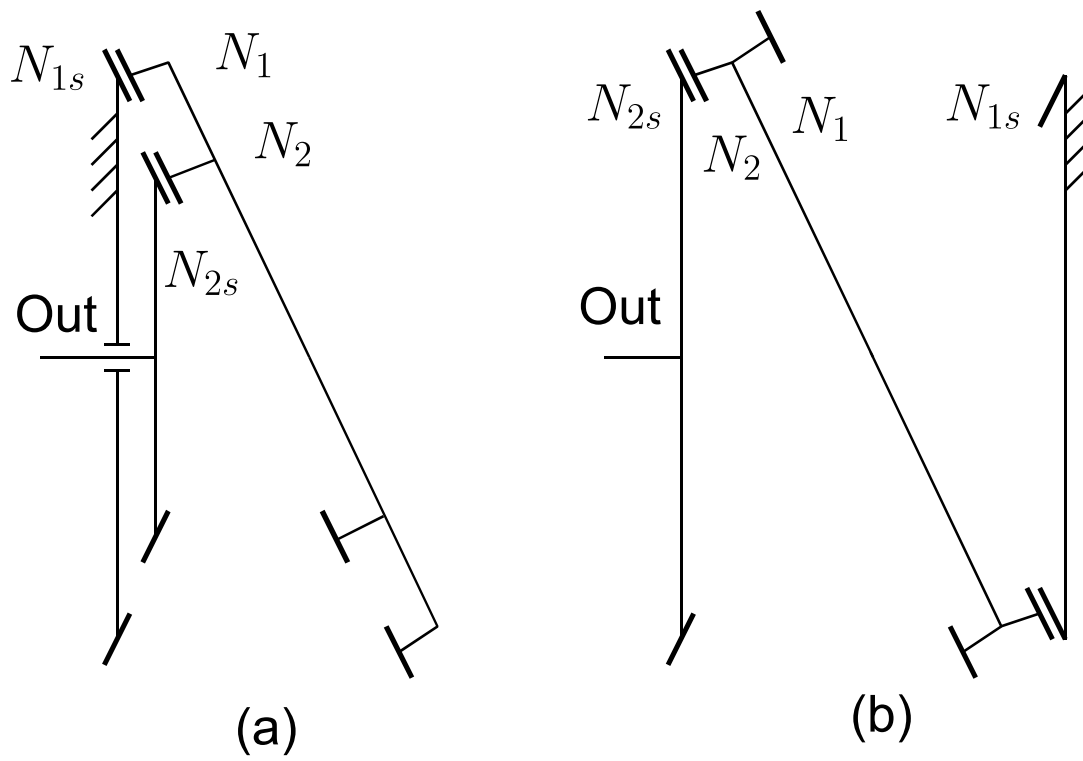


Fig. 6.10: Feasible gear trains of the reducer with floating rotor gear

Table 6.2: Combinations for floating rotor

No.	$N_1 - N_{1s}$	$N_2 - N_{2s}$	(a)	(b)
1	1	1	×	○
2		0	○	×
3		-1	○	×
4	0	1	○	×
5		0	×	○
6		-1	×	○
7	-1	1	○	×
8		0	×	○
9		-1	×	○

Table 6.3: Parameters of combination No.1, No.3, No.7, and No.9

No	K	Ratio	Direction
1	$-N_1 + N_2$	$\leq N^2$	+/-
3	$+N_1 + N_2$	$\leq N/2$	+
7	$-N_1 - N_2$	$\leq N/2$	-
9	$+N_1 - N_2$	$\leq N^2$	+/-

となる。分母は常に正なので、出力軸の回転方向は分子の符号で決定される。分子を K とすると、

$$K = N_{2s}N_1 - N_2N_{1s} \quad (6.17)$$

となる。No.1 の場合、 $N_{1s} = N_1 - 1$ 、 $N_{2s} = N_2 - 1$ であるので、これを式 (6.17) に代入すると、

$$K = (N_2 - 1)N_1 - N_2(N_1 - 1) = -N_1 + N_2 \quad (6.18)$$

となる。 N_1 と N_2 は近い値を取ることにも可能であるので、 K の絶対値は 1 とすることも可能である。この場合、減速比は $N_{2s}N_1$ となる。一般的に 2 組の噛み合わせは、似た直径となることが多く、 N_{2s} と N_1 は似た数となる。よって、大まかには N^2 程度の減速比を実現できる。また、 $N_1 - N_2$ は正負を取り得るので、入力に対する出力の回転方向は正逆転を取り得る。他の No.3, No.7, No.9 についても同様に検討し、その結果を Table 6.3 に示す。

No.1 の組み合わせで、 N_1 と N_2 を変化させた場合の減速比の値を Fig. 6.11 に示す。なお $N_1 = N_2$ で分子が 0 となるため、減速機として動作しない。このとき減速比としては理論上無限大となるが、グラフ作成ツールで表記できないため便宜上、減速比を 0 としている。実際には、 N_1 と N_2 は似た直径であるため、 N_1 と N_2 は似た値となる。すなわち、Fig. 6.11 の拡大図にもあるように、 $N_1 = N_2$ 周辺の大きな減速比を取り得る。なお、No.9 の組み合わせの減速比の値は、Fig. 6.11 の N_1 と N_2 を入れ替えた図となる。

一方、No.3 の組み合わせで、 N_1 と N_2 を変化させた場合の減速比の値を Fig. 6.12 に示す。分子と分母は必ず正なので、減速比も正回転となる。分子の絶対値は N_1 と N_2 の和なので、減速比はやや小さい。No.7 の組み合わせの減速比の値は Fig. 6.12 を負にした図で示される。

6.5 試作と評価

浮遊ロータ歯車を実現するには高精度を実現しやすい構成が必須である。Fig. 6.10(a) では前壁とステータ歯車を一体で加工でき、Fig. 6.10(b) より高精度を実現できると思われる。また、内側も外側と同じ傾斜角 ω となる。歯数は半径 ρ_g に比例して減少させている。これは、歯の大きさを外径と同程度の大きさとし、同じ加工方法で加工することを想定しているのが理由である。内径の ρ_t/ρ_g は、Fig 6.4 に示すように、ロータ歯車と出力歯車の歯がほぼ同じ大きさになるように調整している以上、設計パラメータを Table.6.4 に示す。また、試作した減速機を Fig. 6.14 に示す。煩雑な図となるのを防ぐため、後壁と円筒型のハウジングは省略されている。ステータ歯車はアクリル、ロータ歯車はポリアセタール、出力歯車の歯車はアル

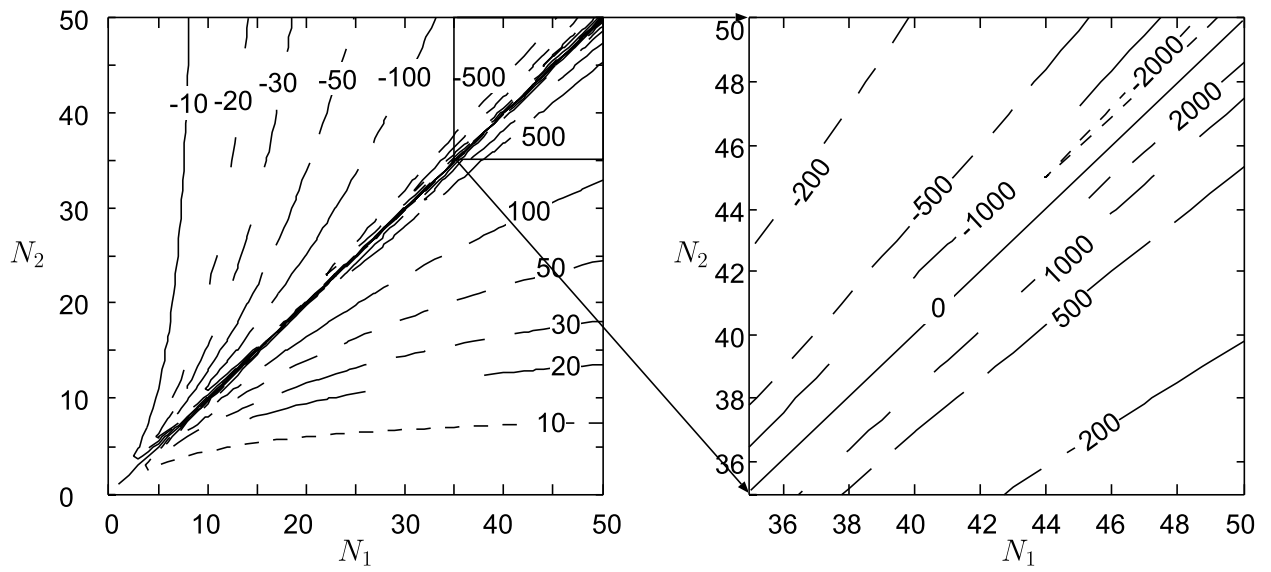


Fig. 6.11: Reduction ratio of combination No.1 with N_1 and N_2

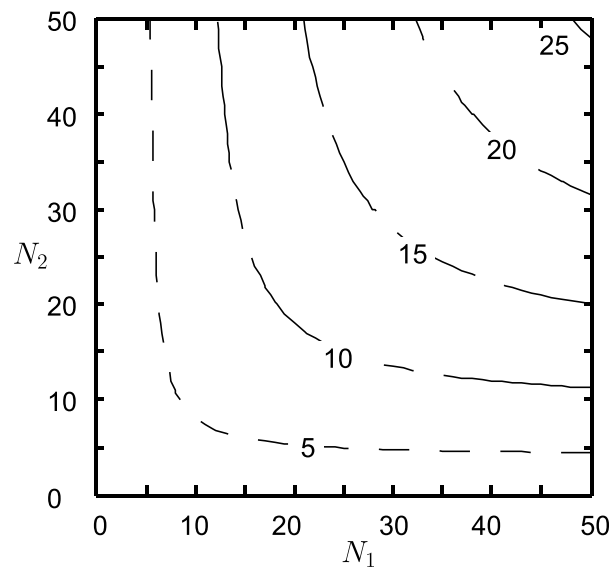


Fig. 6.12: Reduction ratio of combination No.3 with N_1 and N_2

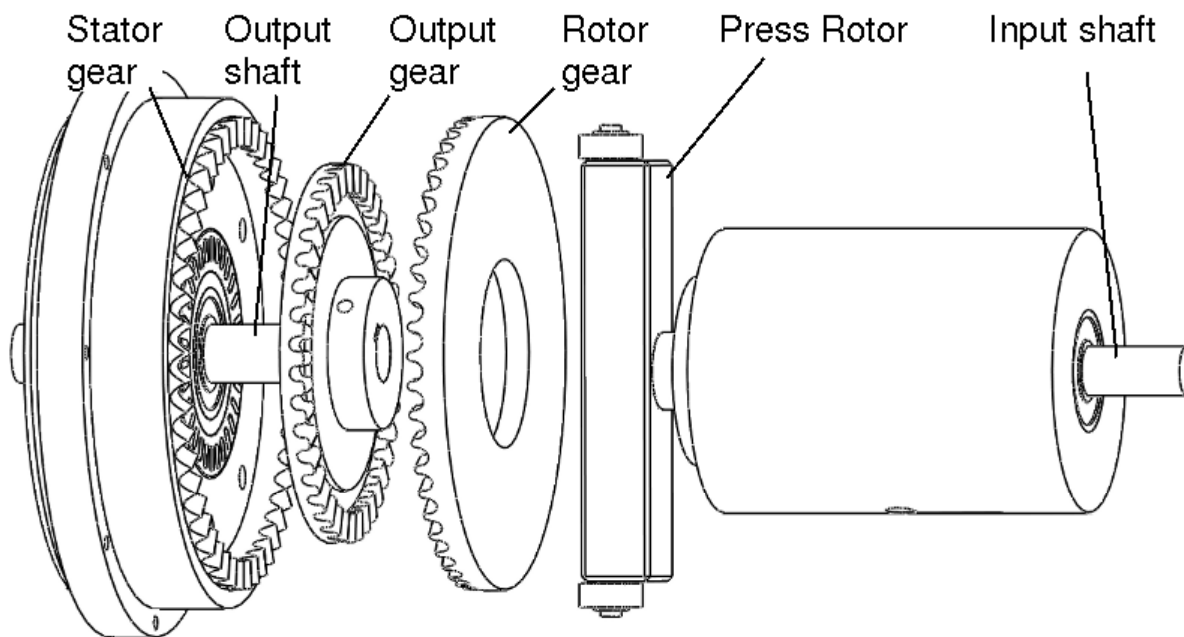


Fig. 6.13: Design of the reducer

Table 6.4: Parameters of the gear and engagement

	N	N_s	ω [rad]	α [rad]	ρ_g [mm]	ρ_t/ρ_g
1(outer)	50	49	0.033	0.00	100	0.020
2(inner)	40	40	0.033	0.04	80	0.025

ミを用いている。試作した減速機は大きな騒音もなく動作することを確認している。また、出力軸にトルクを加えると入力軸が回転するいわゆるバックドライブも可能であることを確認している。自動調心の様子を Fig. 6.15(1)~(4) に示す。Fig. 6.15(1) では、前壁側(減速機出力軸側)、後壁側(減速機入力軸側)はそれぞれ組み立て済みである。Fig. 6.15(2) では、前壁側とロータ歯車を組み合わせている。ネジなどの締結は一切不要で、ロータ歯車を前壁に軽く指で押しあてるだけで自動調心する。Fig. 6.15(3) では、後壁側と前壁側を組み立てている。前壁と後壁を締結すれば、Fig. 6.15(4) のように完成となる。

試作した減速機を評価するために、角度伝達誤差とバックラッシュを計測した。以下2つの評価について述べる。角度センサから入力角度と出力角度を計測し、角度伝達誤差 e_t とすると、式(6.19)で表現できる。

$$e_t = \theta_o - \frac{1}{N}\theta_i \quad (6.19)$$

Fig. 6.16 に測定装置を示す。Fig. 5.25 と同様に角度センサにロータリーエンコーダ(MTL, MES-40-15000 PST16E)を使用している。このエンコーダは1回転あたり 96×10^4 の分解能を持つ。この信号を32bit マイクロコンピュータ SH2-7125 で10進数にデコードし、その結果をRS232C経由でパソコンに取り込む。また、Fig. 5.25 では入力軸を手動で2回転させたデータで検討していたが、角度伝達誤差が出力軸の角度で

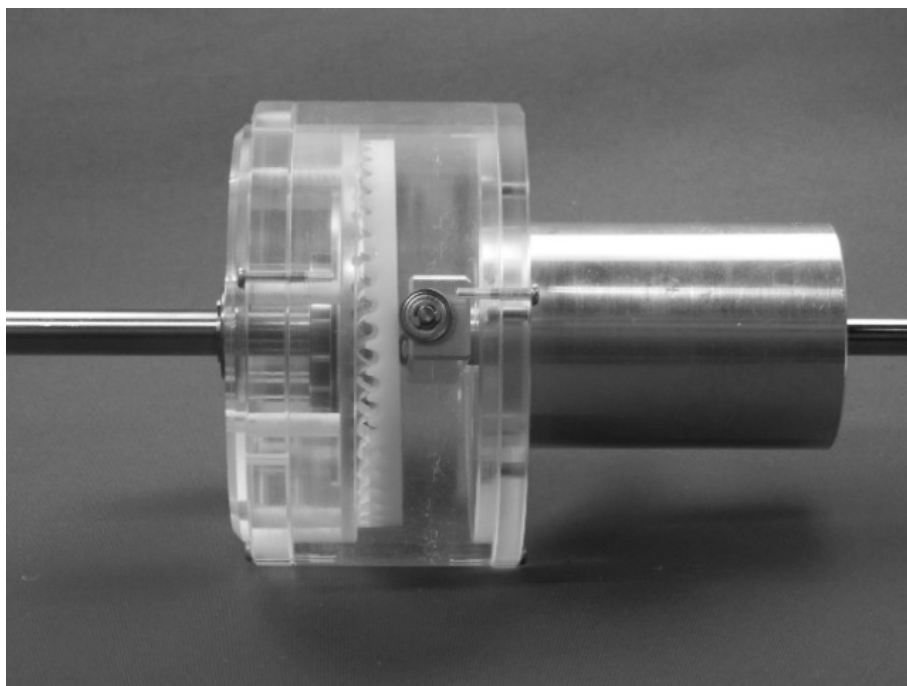


Fig. 6.14: Prototype of the reducer

も変動することから、本実験から出力軸を3回転分計測する。そのため、入力軸をDCモータで $50 \times 3 = 150$ 回転させる。高い分解能を有するエンコーダであるので、処理が十分間に合うように低い回転数で入力軸を回転させた。本実験では約18[rpm]で回転している。

角度伝達誤差をFig. 6.17に示す。横軸は入力角度から求められる出力軸の理論値としている。また出力軸を3回転させても結果がほぼ同じであったので、縦軸は出力軸1回転分の角度伝達誤差を示している。その結果0.1065[deg]となっている。また、逆転させた場合、0.1171[deg]となった。ハーモニックドライブのCSG/CSF32-50のカタログでは0.0166[deg]となっている。よって、約7倍の大きい値となっている。

つづいてトルクと捻れ角の関係について述べる。入力軸を固定した状態で、出力軸にトルクを手動で加え、捻れ角を計測する。センサは非接触で0.0001[deg]まで計測できるロータリエンコーダ(レニショー、Ti0400E12AとRESM20USA057)を使用している。測定したトルクと捻れ角の関係をFig. 6.18に示す。一般的に減速機の出力軸には出力軸の負荷トルクと捻れ角の関係にヒステリシスが発生する。バックラッシのある減速機で負荷トルクの方向を反転させるとねじれ角が急激に変化する場所があり、この角度変化をバックラッシとしている。しかしバックラッシのない減速機では急激に変化する場所はない。この減速機もそのような変化する場所を見い出せないことから、低バックラッシを実現できている。トルクが0のときの変位の差はロストモーション(またはヒステリシスロス)とよばれている。ロストモーションはバックラッシより大きい。Fig. 6.18では0.3367[deg]となった。このときの起動トルク120[mNm]であった。一方、ハーモニックドライブのCSG/CSF32-50の起動トルクは約300[mNm]に対し、ロストモーション(ヒステリシスロス)は、0.0332[deg]となっている。



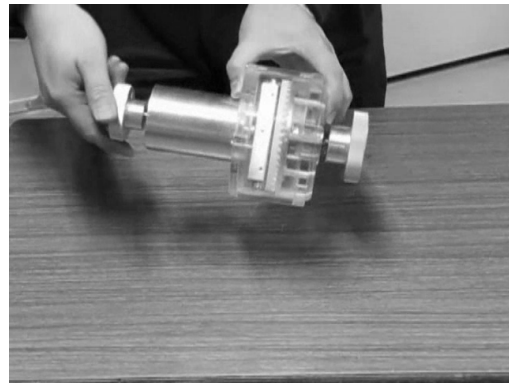
(1) Start



(2) Put the rotor on the stator



(3) Assemble the press rotor



(4) Finish

Fig. 6.15: Assembling the reducer

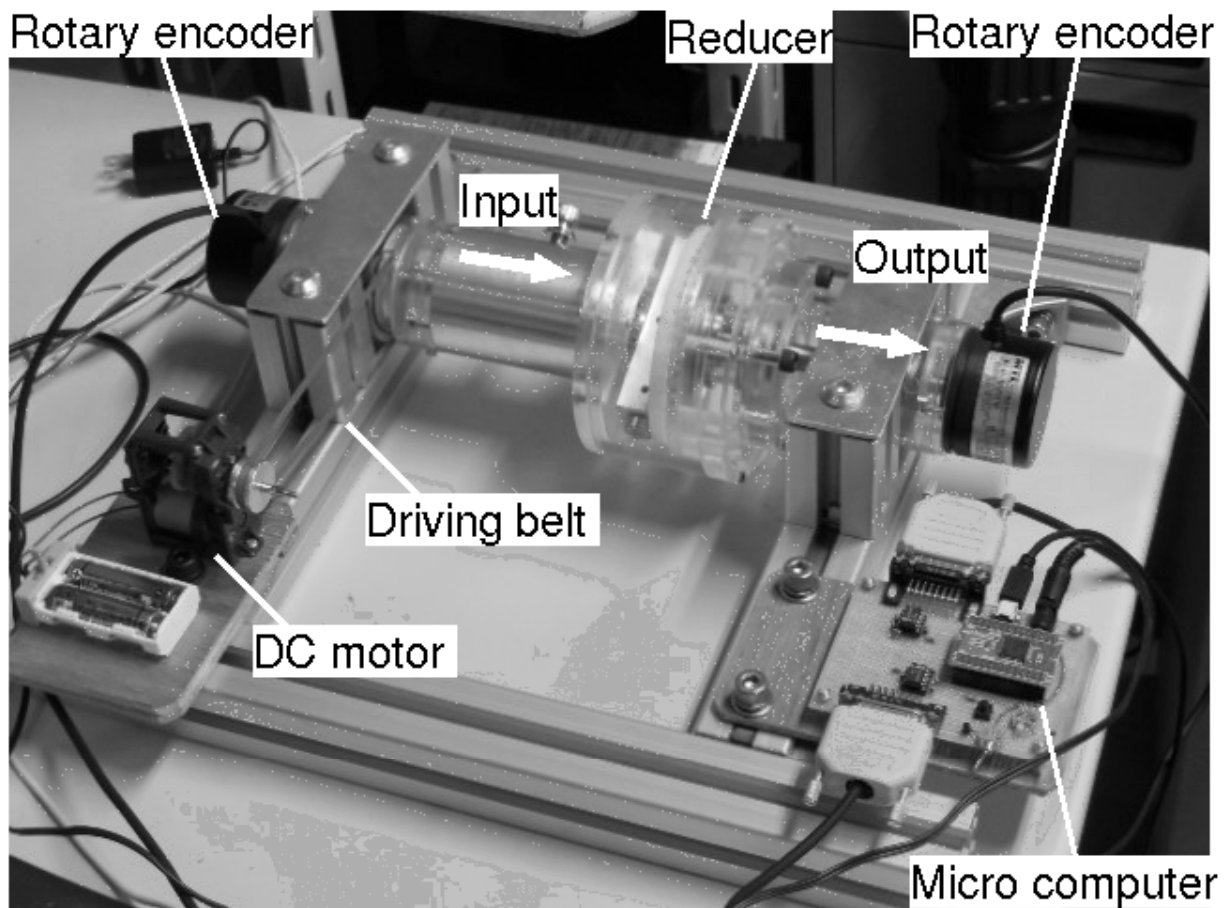


Fig. 6.16: Apparatus for measuring transmission error

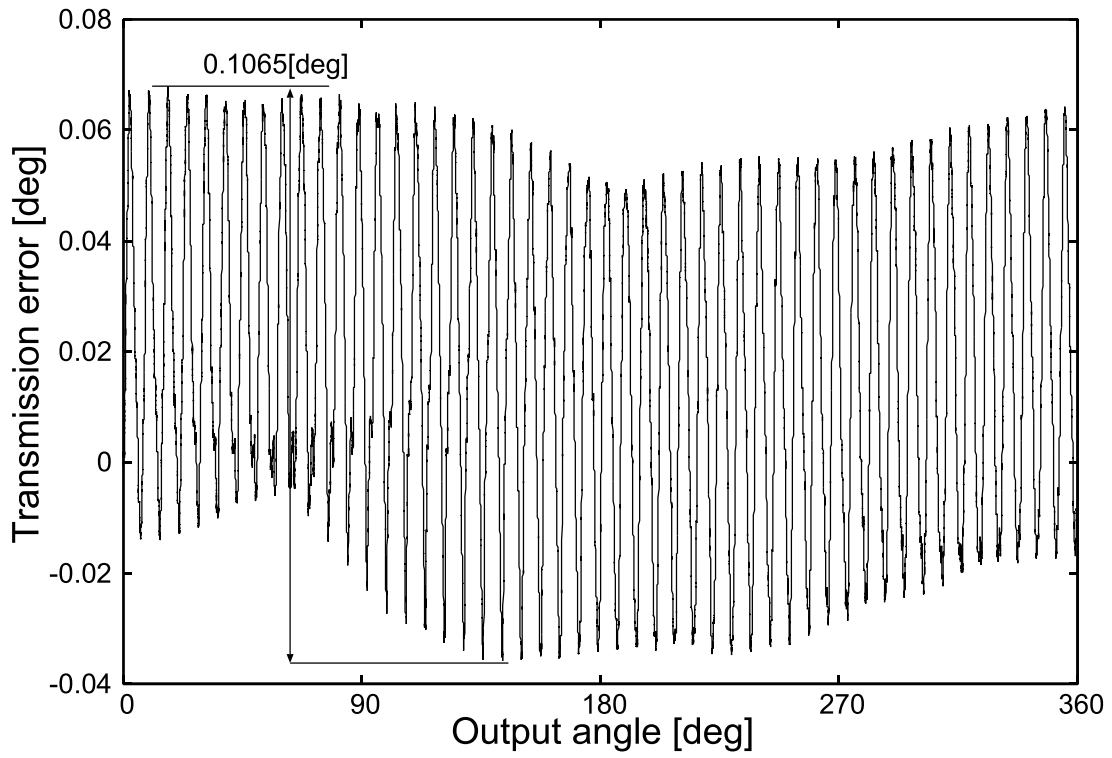


Fig. 6.17: Transmission error

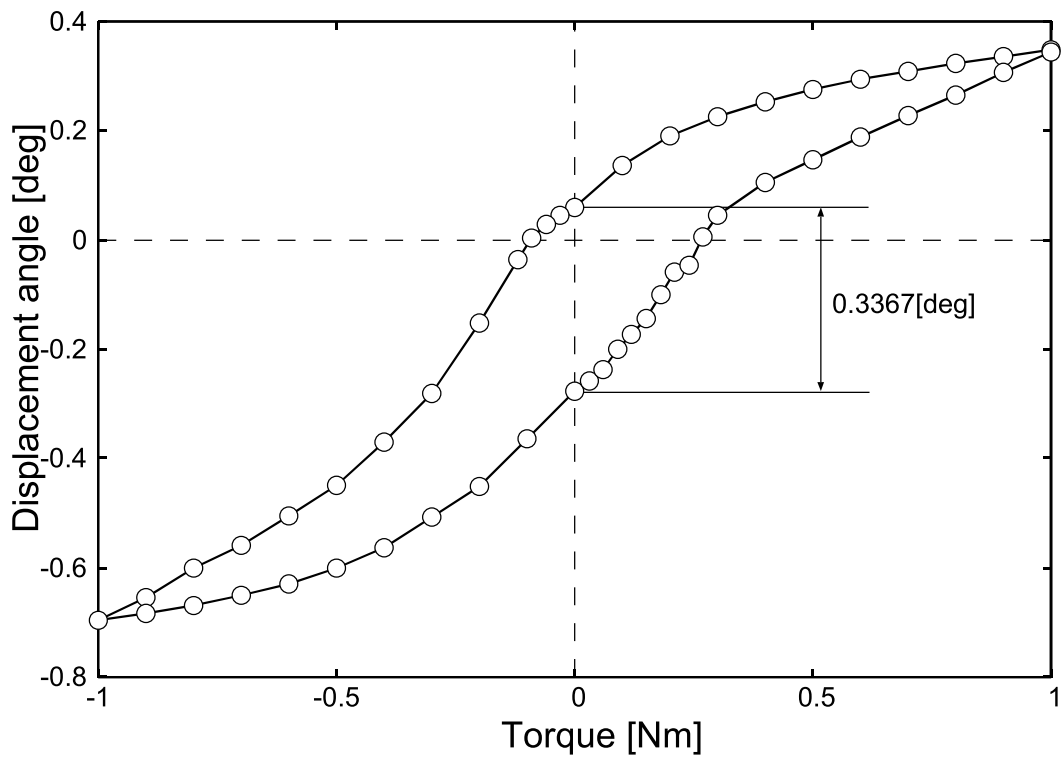


Fig. 6.18: Measured relationship between torque and displacement angle

6.6 おわりに

提案したクラウン減速機には、出力軸への動力伝達に弾性ディスクを用いていたことから、剛性、許容トルクの向上は困難であった。そこで、本報告では弾性ディスクをクラウン減速機の原理を用いた噛み合いに変更することを検討した。また、いままでは噛み合う歯車の歯数差を ± 1 にする必要があったが、噛み合いが2組あるため、一方の歯数差を0にすることもできる。この場合の歯形の生成方法を提案した。また、弾性ディスクを噛み合いに変更した結果ロータ歯車の歯を支える仕組みが必要となる。新たに機構を設けることなく、これを歯形のみで支えることができる機構を提案し、これを実現する条件を示した。この条件を満たす減速機のロータ歯車は自動調心が可能であり、筆者らはこれを浮遊ロータ歯車と呼んでいる。

最後に提案した減速機を試作し評価を行った。それによると、低バックラッシを実現できている。一方、角度伝達誤差、ロストモーション共に現行の製品より大きい。これを改善するため今後、角度伝達誤差が少ない歯形などを検討する予定である。

第7章 おわりに

7.1 まとめ

近年、ロボット関節はモータと減速機で構成するのが主流である。このうちモータは非常に多くの企業が様々なタイプのモータを生産している。一方、減速機には大減速比と低バックラッシであることがもとめられ、現在これらを実現できる減速機は波動減速機、揺動減速機、章動減速機である。筆者は小径の減速機を開発することを目的に章動減速機の機構をもとに低バックラッシ特性を有するクラウン減速機を提案した。

本論文では主に提案した減速機の2つの改良点を中心に論じている。一つは歯形、もう一つは出力軸への動力伝達機構である。というのは、研究開発開始時の三角歯での試作を見た多くの関係諸氏から、一般的に歯車の動力伝達はテコとクサビの要素があり、クラウン減速機はクサビの要素が多く、摩耗が問題となるとの指摘があり、これを防ぐためにはハーモニックドライブのように同時に噛み合う歯を複数にする必要があるだろうと助言があった。また、ロータ歯車から出力軸の動力伝達に弾性変形する要素を使用していることから、弾性変形する要素を有するハーモニックドライブのように、剛性不足に悩まされるだろうと指摘されていた。

これら意見をもとに、歯形と動力伝達部の構成の改良を行った。歯形は、三角歯(3章)から波形歯(4章)、そして円形歯(5章)と改良した。波形歯では曲面による線接触を実現し、円形歯では同時に噛み合う歯を複数実現することができた。耐久試験は行っていないが、曲面による線接触と複数接触を実現しているので、摩耗を効果的に防ぐことができると考えている。一方、研究開始時の動力伝達部は十字の弾性スポークであった。これも出力軸の剛性不足が指摘されていたので、すぐに弾性ディスク構造へ変更した。しかし、これでも剛性不足が想定されたことから、6章では弾性部を廃した浮遊ロータ歯車を用いた減速機を実現した。試作の歯車の材料は剛性の低い樹脂であることから、他の減速機と剛性について比較評価していないが、従来の波動減速機のフレクススプラインのような弾性変形する要素はないので、高剛性を実現しやすい構成であることは明らかである。また、浮遊ロータ歯車は自動調心できるため、この減速機を高精度に組み立てることができる。

角度伝達誤差などは遊星歯車減速機よりは一桁小さいが、波動減速機より一桁大きい。また、ロストモーションも同様である。今後、波動減速機の角度伝達誤差とロストモーションに近づけるよう改良する予定である。

7.2 今後の予定

本研究では小径で低バックラッシな減速機を目指した。しかし、試作では目視で確認しやすい $\phi 100$ の樹脂製の減速機を用いて行った。今後は主に金属製の減速機を試作し、各種検討を行う予定である。また、角

度伝達誤差とロストモーションを改善するために、歯形やプレスロータを改良する予定である。

7.3 謝辞

この研究の一部は地域イノベーションクラスター戦略支援プログラム(グローバル型)「医療用 Visible-Tangible 技術の開発と高度診断・治療装置への応用展開」の支援を受けています。また、福島大学加工室横野征正氏に減速機を製作していただきました。関係各位に感謝申し上げます。

関連図書

- [1] 鈴木 眞徳, ”ハーモニックドライブ”, 設計工学, Vol.33, No.5,pp153-158(1998).
- [2] 吉川敏夫, ”RV 減速機”, 設計工学, Vol.33, No.5,pp159-163(1998).
- [3] 尾崎政志, ”ボール減速機の大速比対応”, 設計工学, Vol.33, No.5,pp164-166(1998).
- [4] Tetsuya Mouri, Haruhisa Kawasaki, Keisuke Yoshikawa, Jun Takai, and Satoshi Ito : ”Anthropomorphic Robot Hand: Gifu Hand III” , ICCAS2002, pp.1288-1293.
- [5] J.Butterfas, M. Gebenstein, H.Liu and G.Hirzinger :”DLR-HandII : Next Generation of a Dextrous Robot Hand”, Proc.of the 2001 IEEE International Conference on Robotics.and Automation, pp.109-114, 2001.
- [6] 五味淳, 前野隆司, 川淵一郎, ” 小型超音波モータ内蔵型 20 自由度ロボットハンド”, ロボティクスメカトロニクス講演会 2008 講演概要 CDROM 1A1-A07, 2008.
- [7] 安沢孝太, 佐々木裕之, 鄭聖熹, 高橋隆行, ” 低バックラッシュ立体カム機構を用いたロボットハンドの開発”, 日本ロボット学会誌 Vol.28, No.7, pp.115-122,2010
- [8] 藤森優太, 安沢孝太, 高橋隆行, ” 高精度立体カム機構の評価とそれを用いた医療用小型多自由度マニピュレータの基礎的検討”, ロボティクスメカトロニクス講演会, 講演概要 DVD 2P2-H04, 2011.
- [9] 堀光平, ” 不思議遊星歯車機構の減速機”, 日本機械学会誌, 100,946(1997),066
- [10] Carl A. Nelson, Raymond J. Cipra ”Similarity and Equivalence of Nutating Mechanisms to Bebel Epicyclic Gear Trains for Modeling and Analysis”
- [11] 松浦哲夫, ” 傾斜円盤駆動型減速装置”, 特開平 7-248047(1995),
- [12] 宇塚和夫, 榎本勇生, 鈴森康一, ”ニューテーションモータの開発 (第 4 報)”, 日本機械学会論文集 (C 編), Vol.73, No.730, 2007
- [13] 木村仁, 広瀬茂雄, ”低速高トルク流体駆動ユニットクラウンモータの開発”, 日本機械学会論文集 (C 編), Vol.69, No.677, 2003
- [14] 佐々木昭司, 他 3 名, ” 等速接手式減速装置”, 特開昭 60-136642(1985),
- [15] A.M. Maroth, Uwe.Riedel,”The NUTATION DRIVE:A HIGH-RATIO POWER TRANSMISSION”, Mechanical Engineering, Vol.95(1973), pp.30-34
- [16] 上村一郎, ” 電動差動式推力発生装置”, 特開平 3-149449(1989)
- [17] 山本晴久, ” 変則装置”, 特許第 3568053(2004)
- [18] Hiroyuki Sasaki, Tomoya Masuyuma, Takayuki Takahashi, “Development of a low backlash reducer using crown gears“ , 2010IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS2010,TuBinB.50,pp1384-1389 (2010)
- [19] Robert Krisch ”INVESTIGATION OF THE TOOTH-LOAD AND DEFORMATIONS OF FLAT WHEEL HARMONIC DRIVES” JSME International Conference on Motion and Power Transmissions, Proceedings of MPT2009-Sendai, GDS-06, 2009.
- [20] Neil Sclater, Nicholas P. Chironis ”Mechanisms and Mechanical Devices Sourcebook” , McGraw-Hill, 2007
- [21] 森田鈞, ”機構学”, サイエンス社
- [22] 竹村国雄, ” 動力伝達装置”, 特開昭 60-129455(1985),
- [23] 岩間祐一, 他 4 名” 蛇腹筒式減速装置”, 特開昭 60-113844(1985),
- [24] 上村一郎, ” 円錐転がり等歯厚傘歯車装置及び同装置の加工方法”, 特開平 4-46244(1992),
- [25] 高橋隆行, 佐々木裕之, 増山知也, ”変形クラウンギヤ減速機構” 特許第 4511635 号
- [26] Guanxin Wang, Tanmin Guah, ”Modeling of Nutation Drive with Rolling Teeth ” Applied Mechanics and Materials, Vol. 16-19 (2009), pp.708-712.
- [27] 佐々木裕之, 増山知也, 高橋隆行” ロータの運動創成によるクラウン減速機の歯形の生成” 日本ロボット学会学術講演会, 講演概要 DVD RSJ2012AC2O1-2, (2012).
- [28] 稲見辰夫, ”機械の力学早わかり”, オーム社出版局